

有限要素解析による予防保全対策効果の検討

京都大学 松本 理佐

東京大学 柴沼 一樹

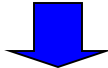
日建設計シビル 田辺 篤史

背景と目的

1972年竣工の単純鋼合成鉄桁橋で多数の塗膜割れ



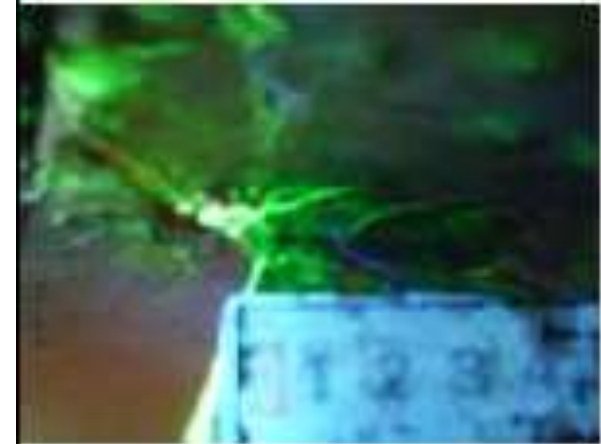
非破壊検査：疲労き裂を確認



グラインダー仕上げによりき裂除去

竣工後40年程度とき裂発生が早い

- ・ 疲労強度の低いディテールの可能性
- ・ 同様のディテールが多数あり、
今後のき裂発生防止対策が必要



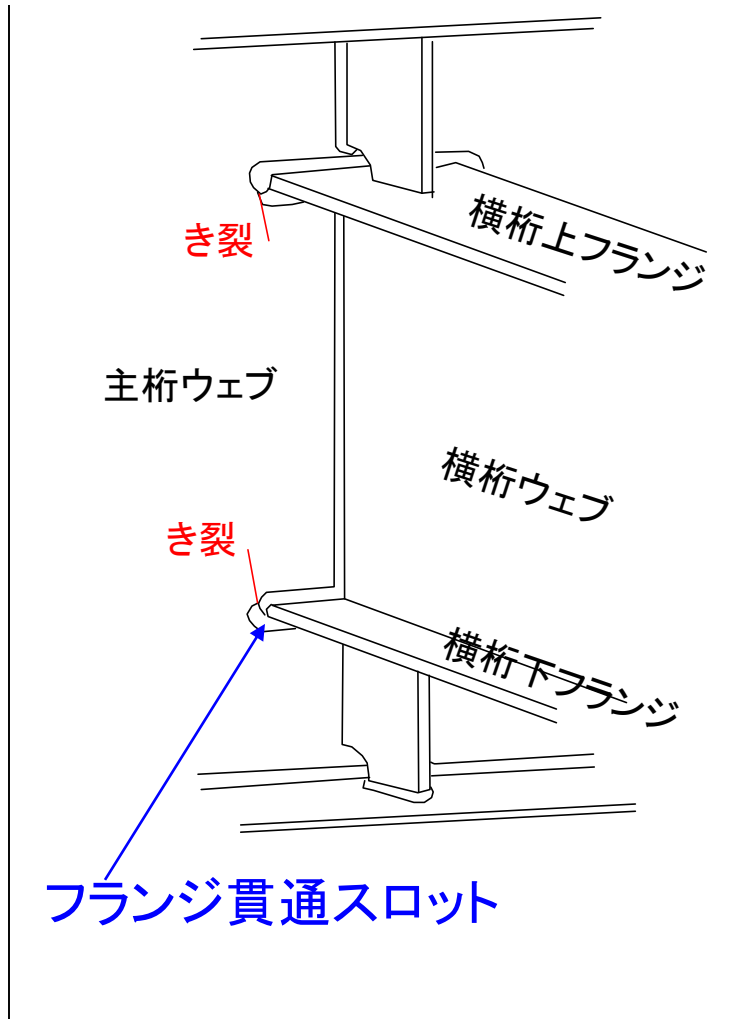
目的

疲労き裂対策工法による応力低減効果を推定

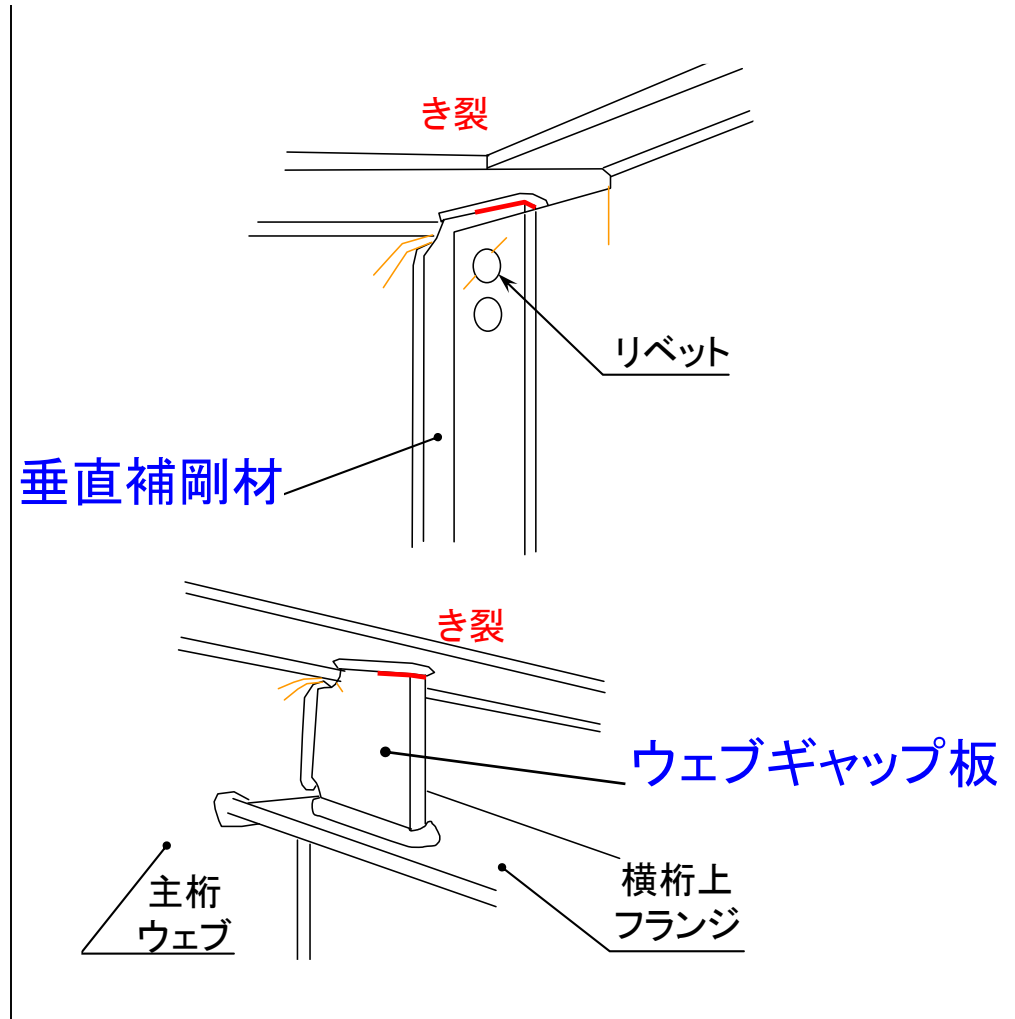
検討対象き裂

対象橋梁では多数の塗膜割れが発生しているが、
今回は、重要度と損傷数から以下の2タイプに着目して検討

タイプ⑩



タイプ④



検討概要

サブモデリング手法によるズームング解析を活用して評価

橋梁全体の解析モデル

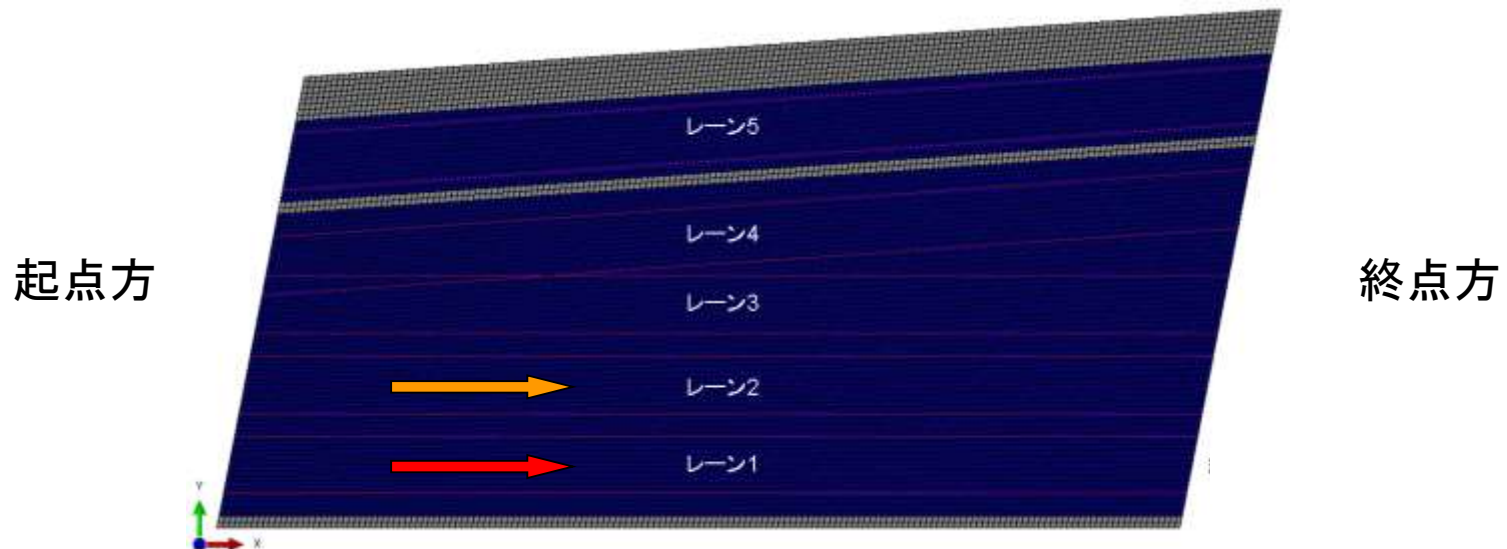
着目する交差部だけのサブモデル

車両通行時の橋梁全体の挙動

損傷部の発生応力度の把握

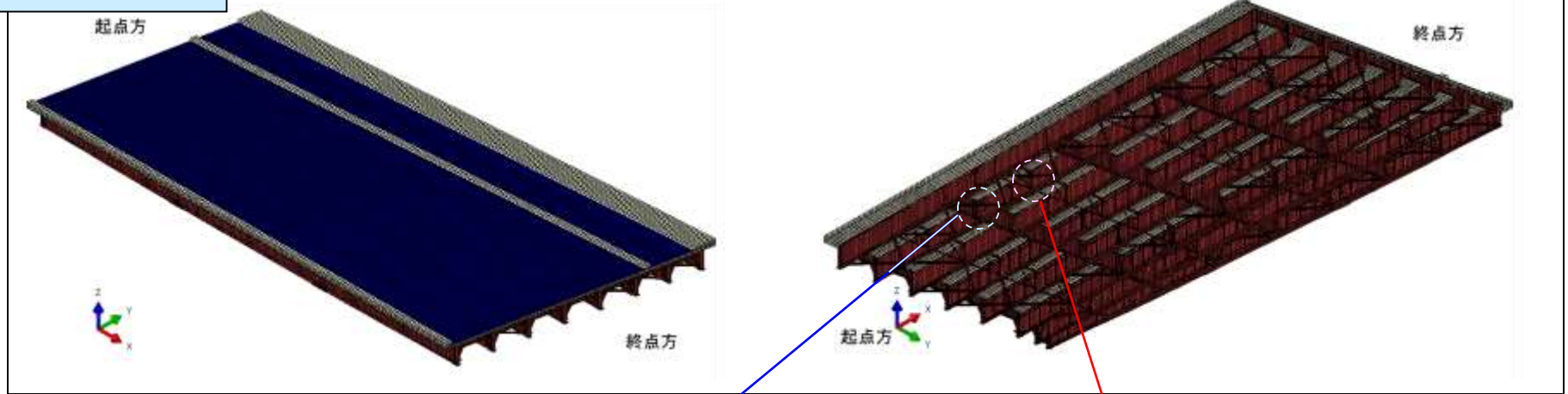
疲労対策工法による応力低減効果

荷重：T活荷重相当の100kN集中荷重を0.5mピッチで移動させつつ載荷
荷重はレーン1(追い越し車線)とレーン2(第2走行車線)に載荷

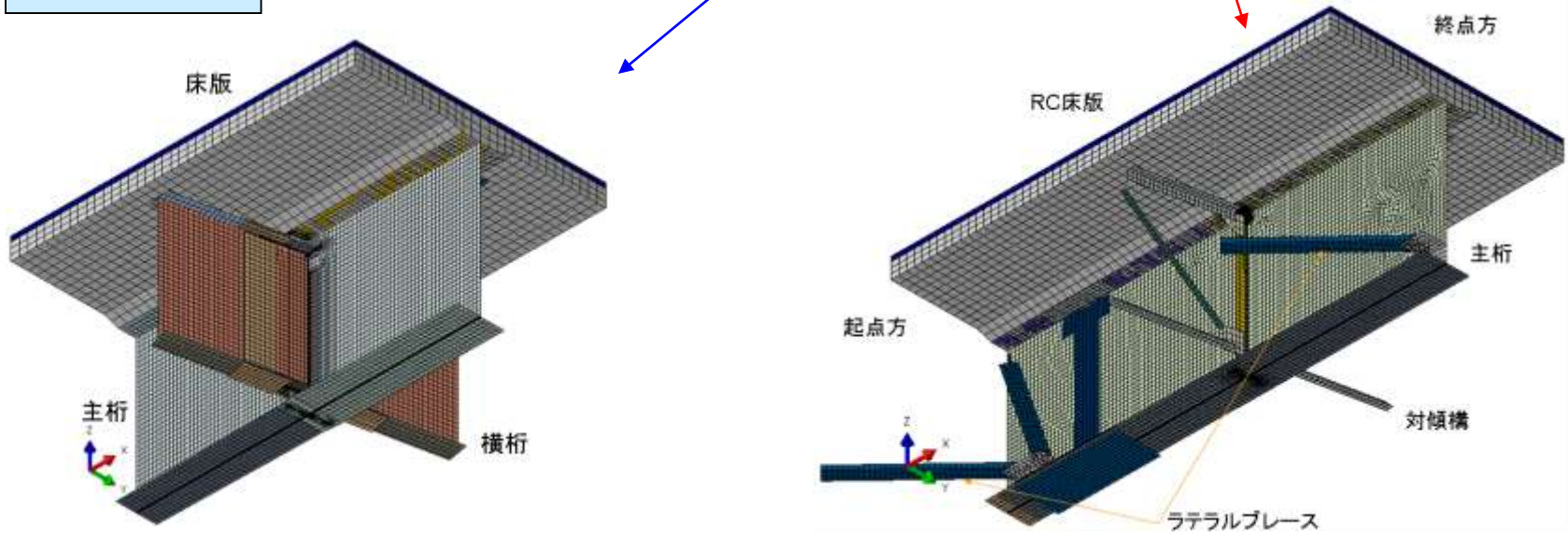


FEM解析モデル

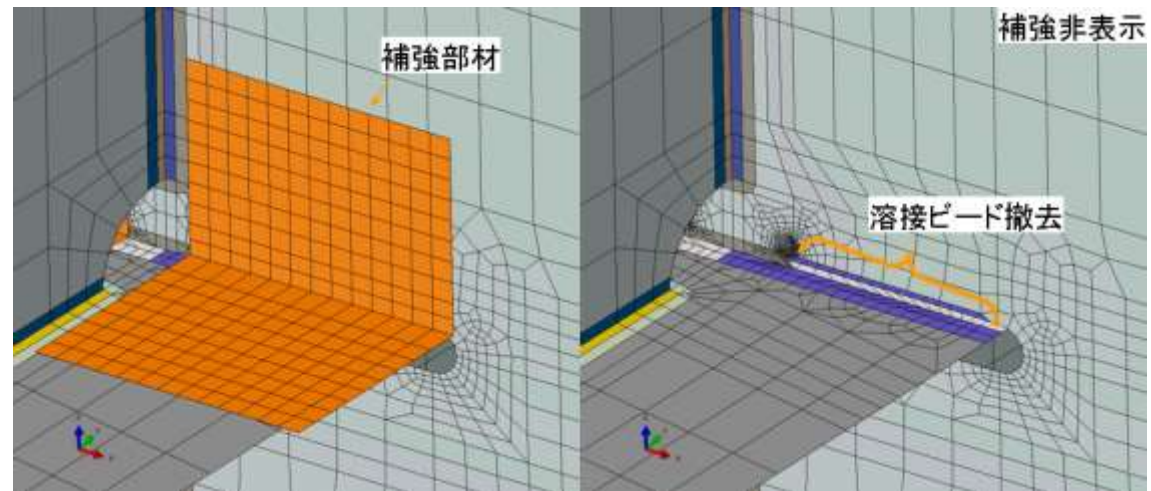
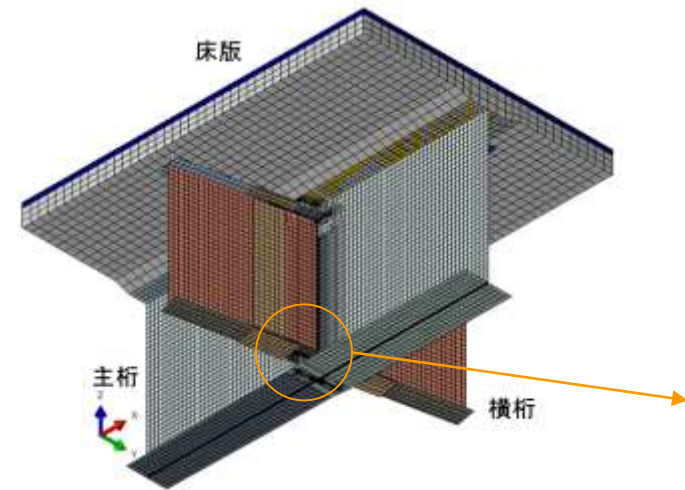
全橋モデル



部分モデル



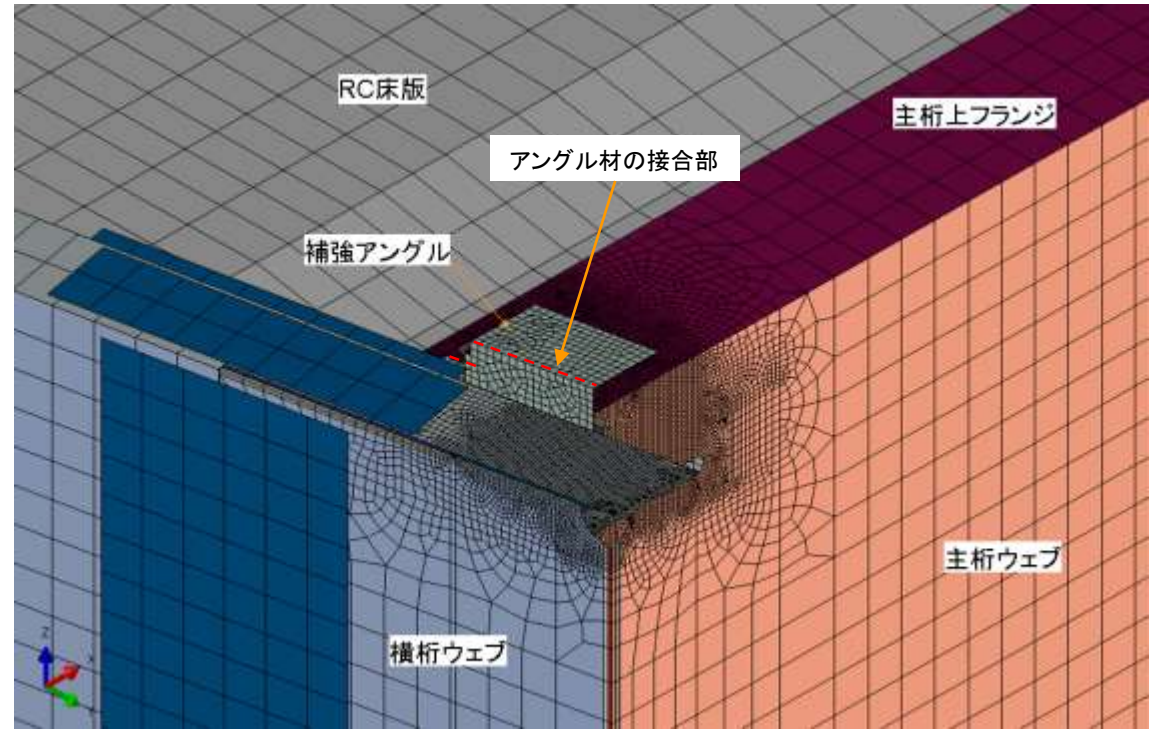
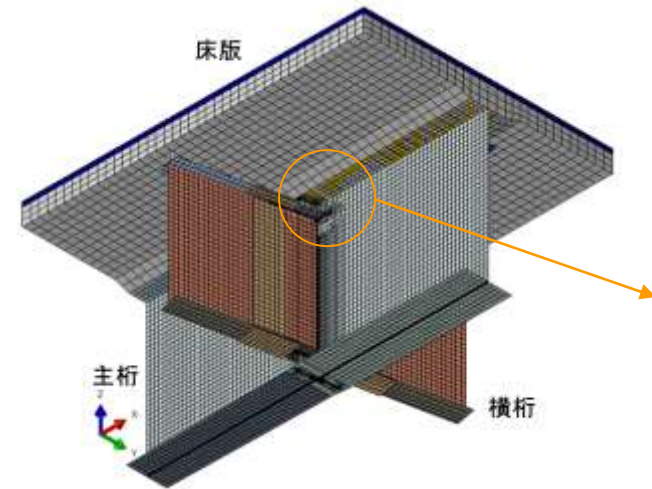
対策工法の解析モデル(分配横桁下フランジ貫通スロット部)⁶



完全補強：ビード除去 + アンゲル材添接

部分補強：ビード除去

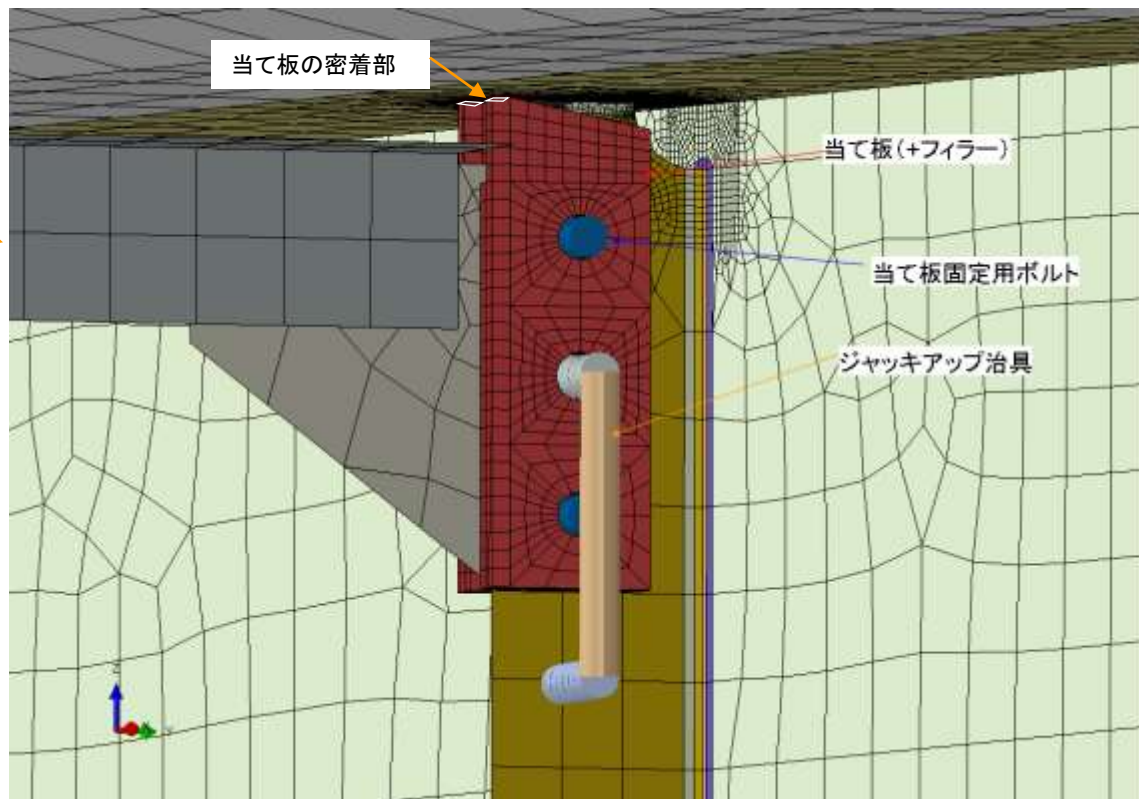
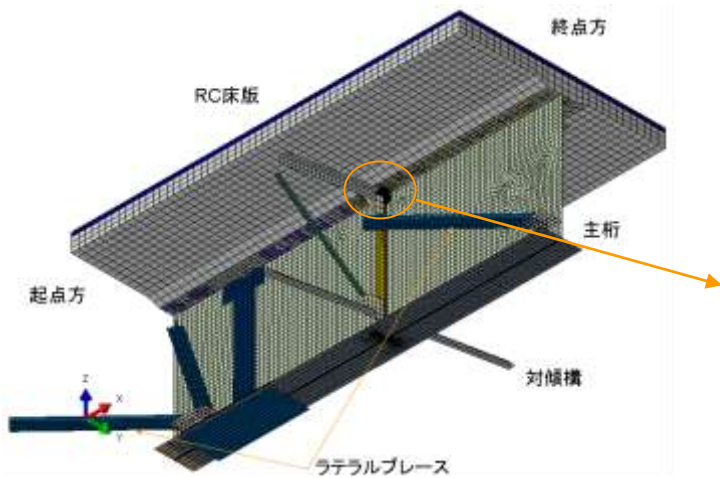
対策工法の解析モデル(分配横桁のウェブギャップ板上端)⁷



アングル材の接合

- 完全補強 : アングル材の両角がフランジに接合
- 部分補強 : アングル材の片角がフランジに接合

対策工法の解析モデル(対傾構取付け垂直補剛材上端部)



ねじ式ジャッキアップ治具による当て板補強

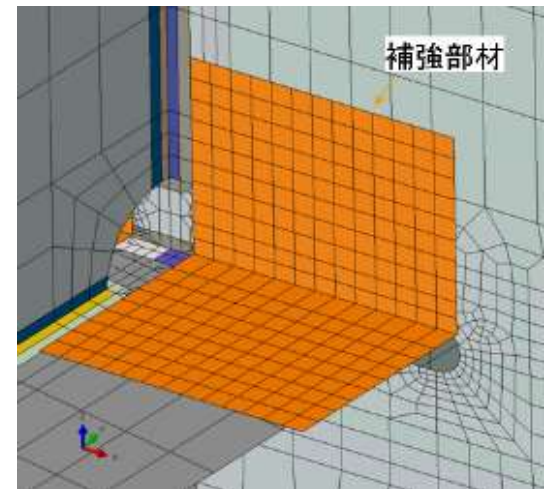
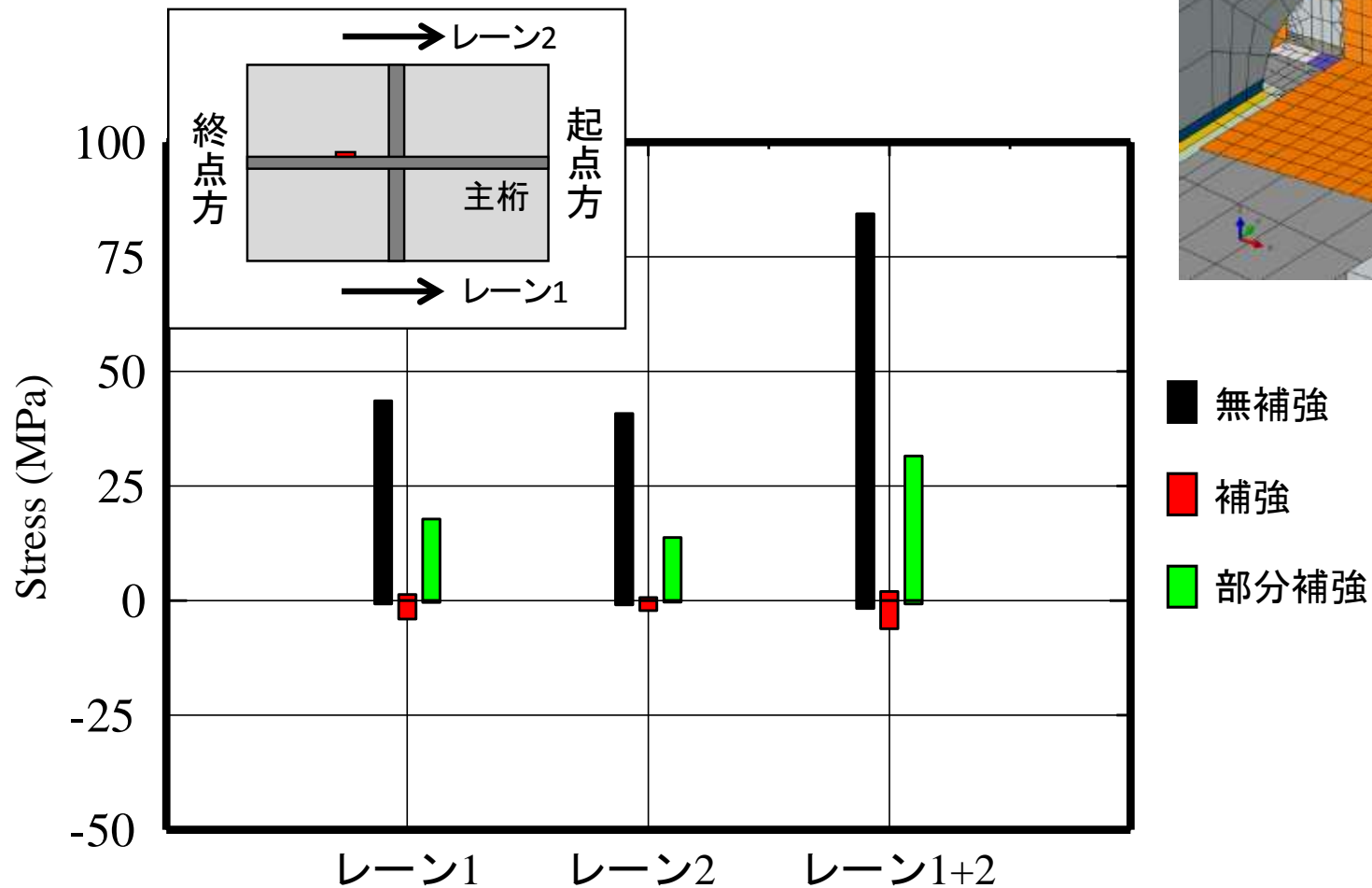
完全補強：当て板の両角がフランジに密着

部分補強：当て板の片角がフランジに密着

予防保全対策としての 応力低減効果

応力低減効果(き裂発生抑止)の検討

①分配横桁下フランジ貫通スロット部

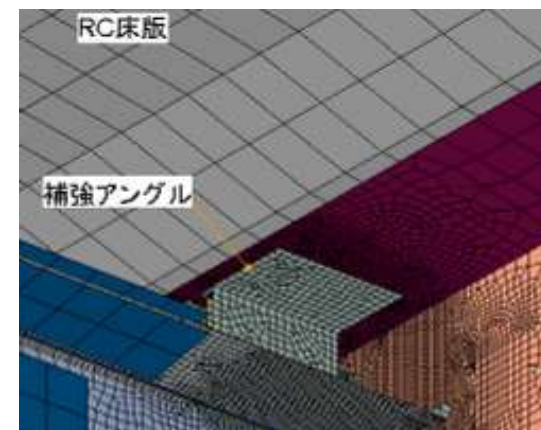
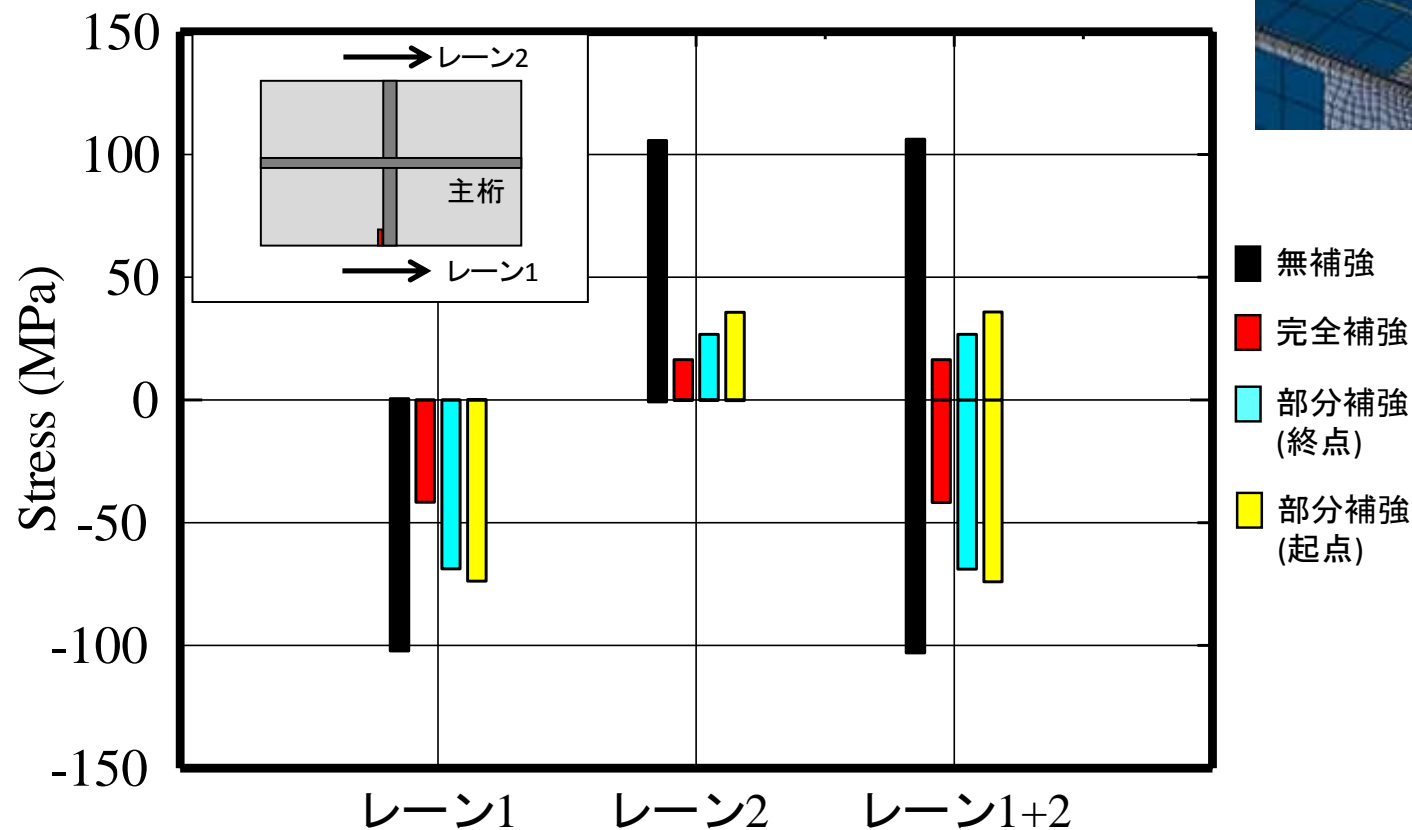


完全補強で10MPa以下に

十分高い効果

応力低減効果(き裂発生抑止)の検討

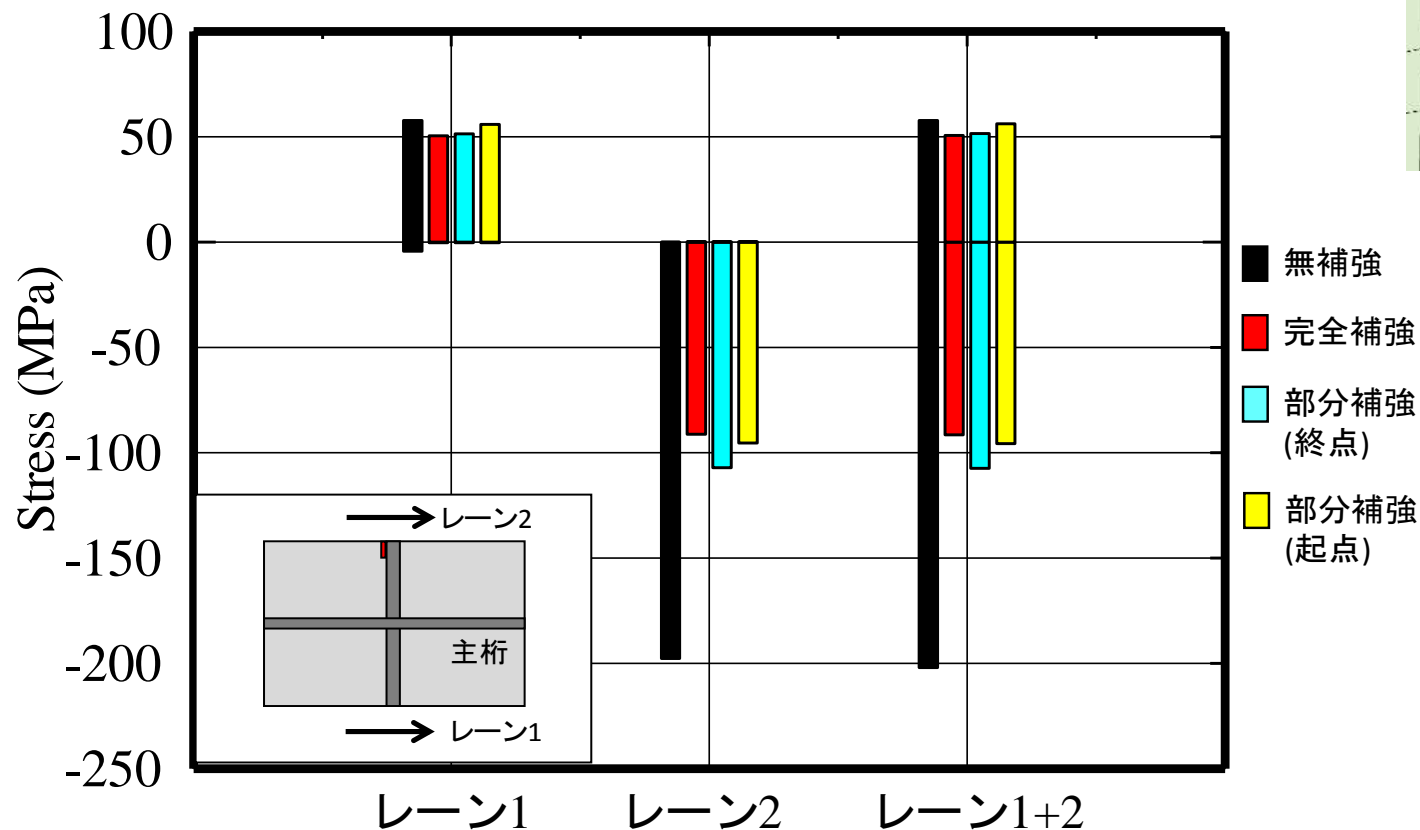
②分配横桁のウェブギャップ板上端



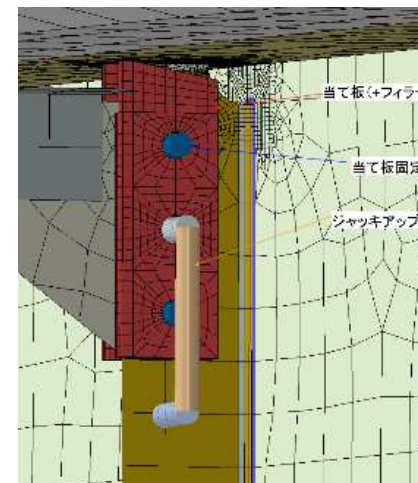
部分補強でも元の7割程度まで応力低減。完全補強はより効果大

応力低減効果(き裂発生抑止)の検討

③対傾構取付け垂直補剛材上端部



レーン1 荷重では応力低減効果が小さい
レーン2 荷重では応力低減効果が大きい

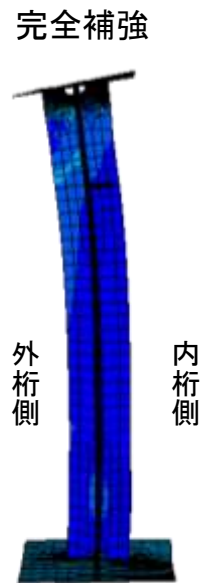
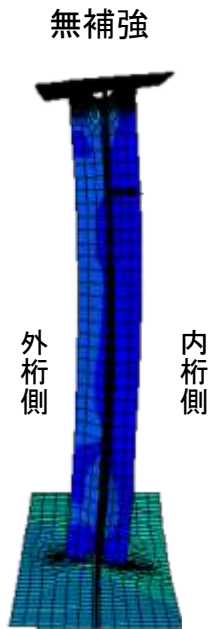
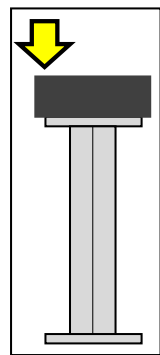


載荷位置による応力低減効果の違い

③対傾構取付け垂直補剛材上端部

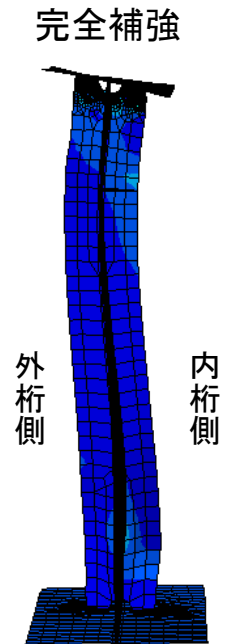
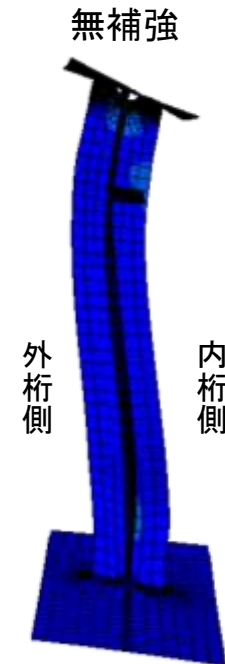
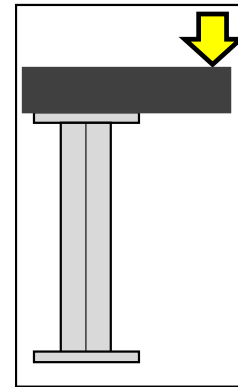
レーン1走行

⇒無補強時に首振り変形が生じていない

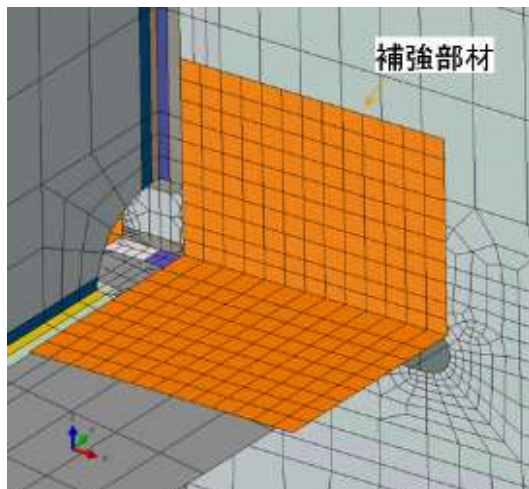


レーン2走行

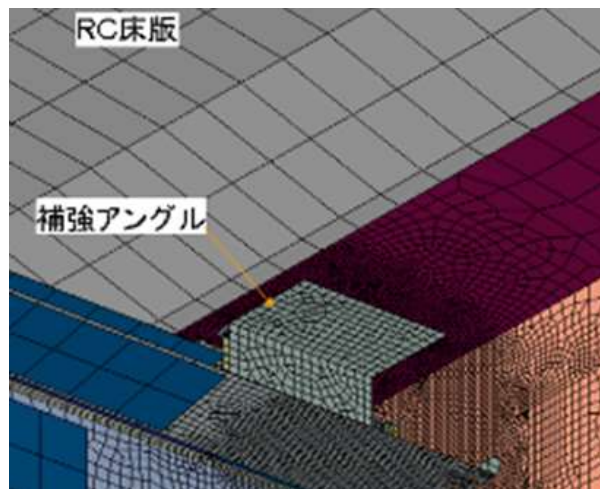
⇒無補強時に首振り変形が生じている
補強によって首振り変形が抑制



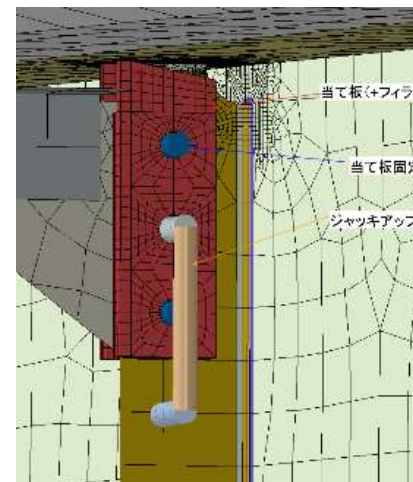
予防保全対策効果に対する検討のまとめ



10MPa以下に低減

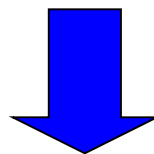


元の70%以下に低減



元の70%以下に低減

効果の程度は違うものの
3工法ともに局部応力低減効果あり



これらの対策は
疲労き裂発生抑止に有用

事後保全対策としての 疲労寿命延命効果

事後保全対策としての疲労寿命延命効果

疲労損傷危険性をどのように評価すべきか？

- **亀裂進展性**・・・定量的評価が可能

亀裂進展性評価方法

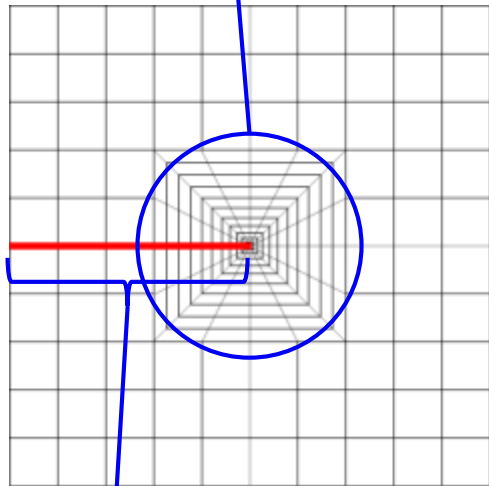
- **拡張有限要素法を用いた数値解析**

数値的亀裂進展解析により、実鋼橋の損傷危険性を定量評価する

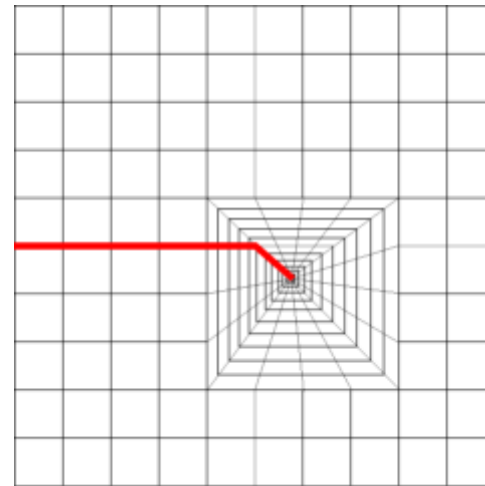
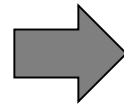
標準の有限要素法による亀裂進展解析の課題

有限要素法による亀裂進展解析の模式図

亀裂先端近傍で詳細な
要素分割が必要



亀裂の不連続面を二重
節点によりモデル化



複雑なメッシュ生成処理を
繰り返す必要がある

拡張有限要素法(XFEM)

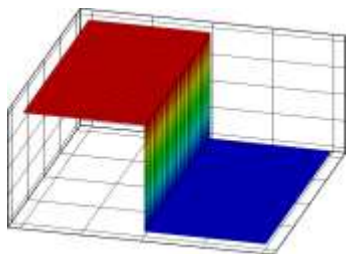
XFEM近似 モデル化する問題に対応する具体的な近似を局所的に導入

$$\mathbf{u}_{ap}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^{std}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^{enr}(\mathbf{x})$$

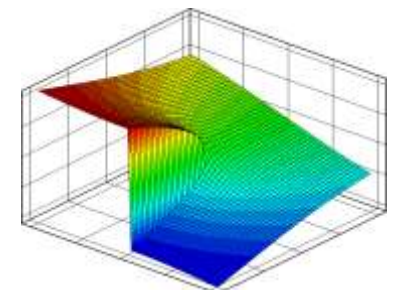
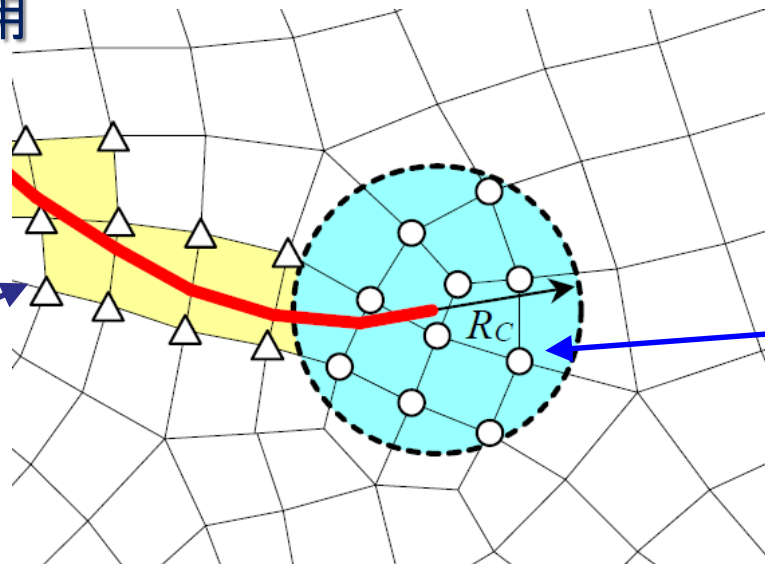
$$\mathbf{u}^{std}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N} \phi_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i \quad : \text{標準の有限要素近似}$$

$$\mathbf{u}^{enr}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N^{enr}} \phi_i(\mathbf{x}) \underbrace{\Psi(\mathbf{x})}_{\text{エンリッチ関数}} \mathbf{a}_i \quad : \text{エンリッチメント}$$

破壊力学問題への適用



「亀裂面の不連続性」
を表すエンリッチ関数

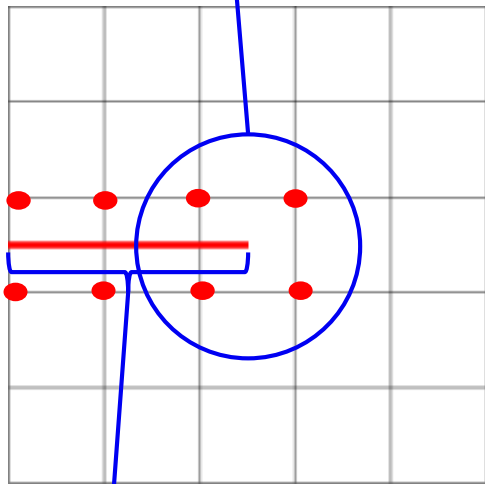


「亀裂先端近傍の特異場」
を表すエンリッチ関数

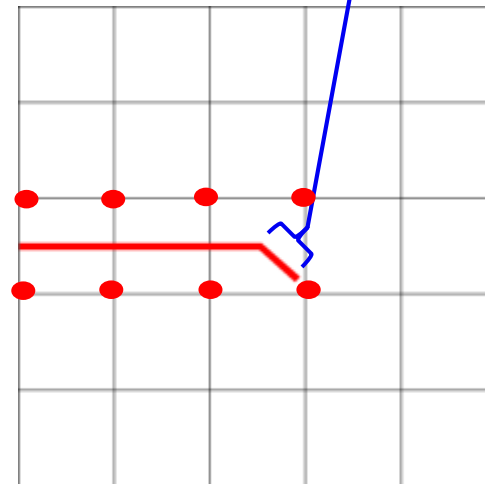
拡張有限要素法による亀裂進展解析

拡張有限要素法による亀裂進展解析の模式図

単純で粗い要素を用いることが可能
(極小要素による細分化が不要)



亀裂進展時の処理は
亀裂を進展分だけ単純に延長



二重節点による不連続面の
モデル化が不要

亀裂表現は要素分割とは独立に,
亀裂近傍の節点単位のエンリッチメントによりモデル化

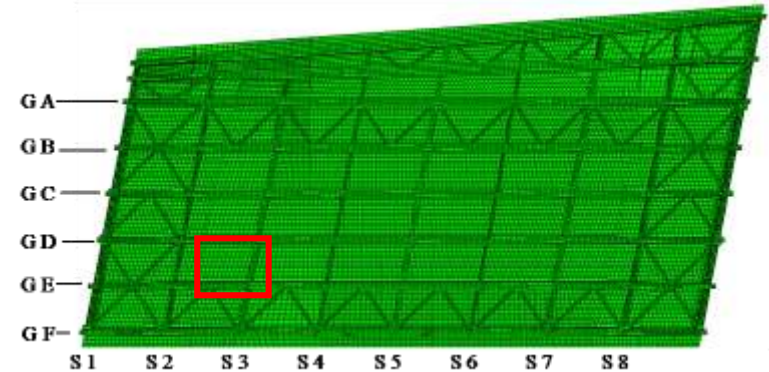
解析対象部位

姫路大橋(下)第6径間
非破壊検査(平成25,26年度)



- ・塗膜割れや疲労亀裂を多数発見
- ・GE × S3取り合い部で以下の構造ディテールに補強施工

主桁GEと横桁S3取り合い部



(1)主桁横フランジ貫通構造部



(2)分配横桁垂直補剛材



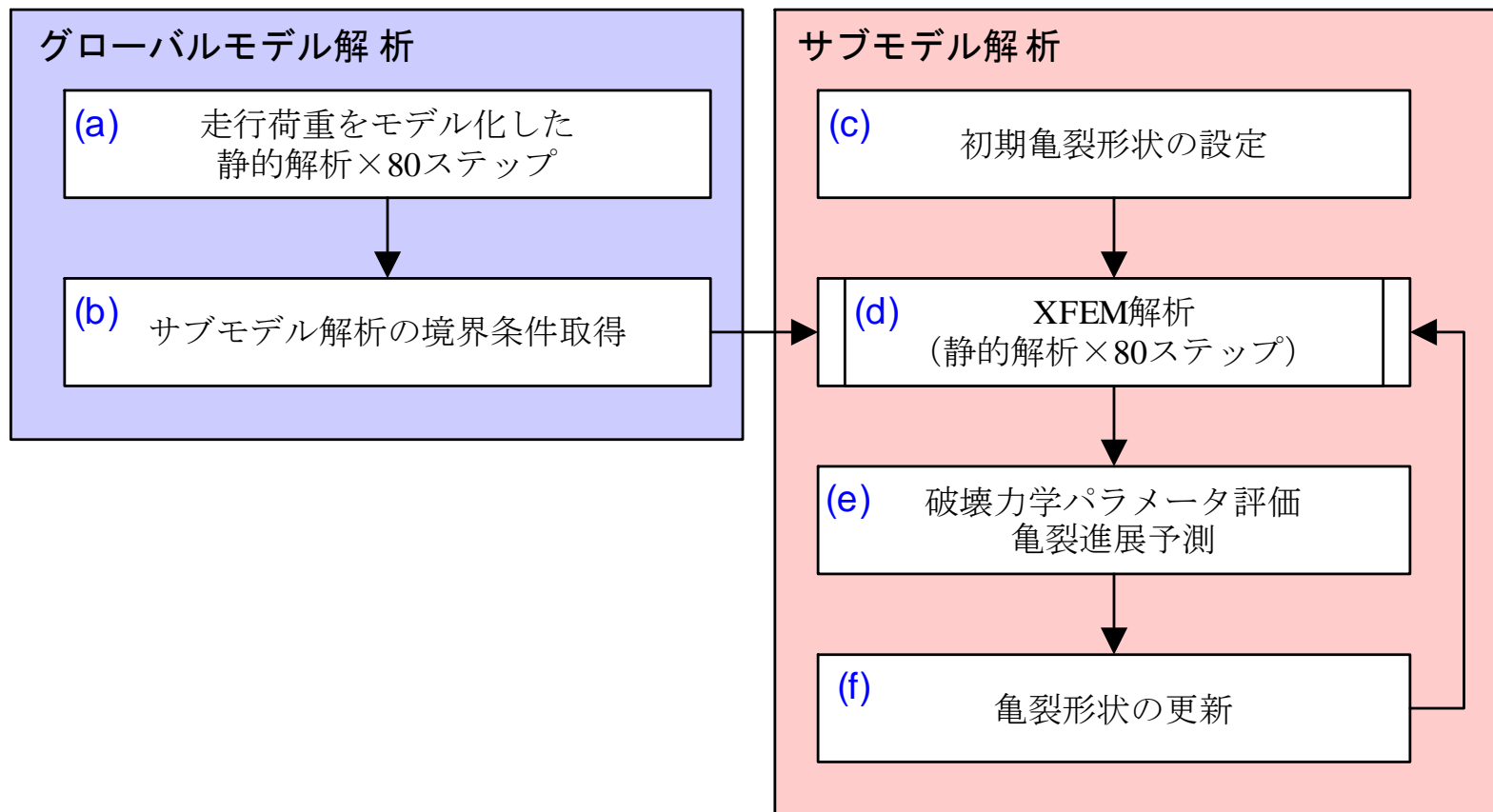
有限要素モデルと解析フロー

有限要素モデル

- **グローバルモデル** …… 姫路大橋(下)第6径間全体
- **サブモデル** …… 部分的な構造ディテール

数百mスケール橋梁中の数mmの亀裂を合理的に解析するため2スケールのモデルを作成

解析フロー

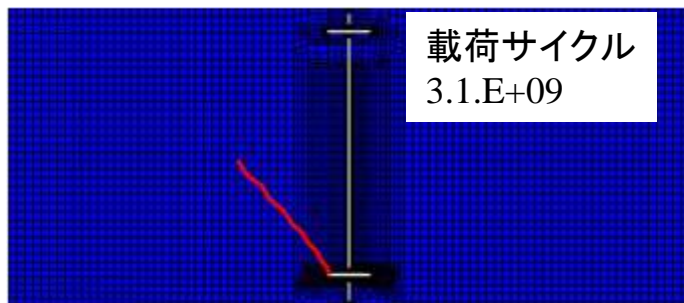


解析結果例：貫通部（補強前 vs. 補強後）

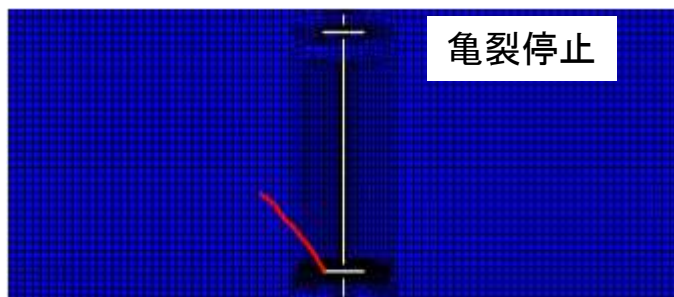
解析対象

- 亀裂箇所A
- 走行荷重Lane1

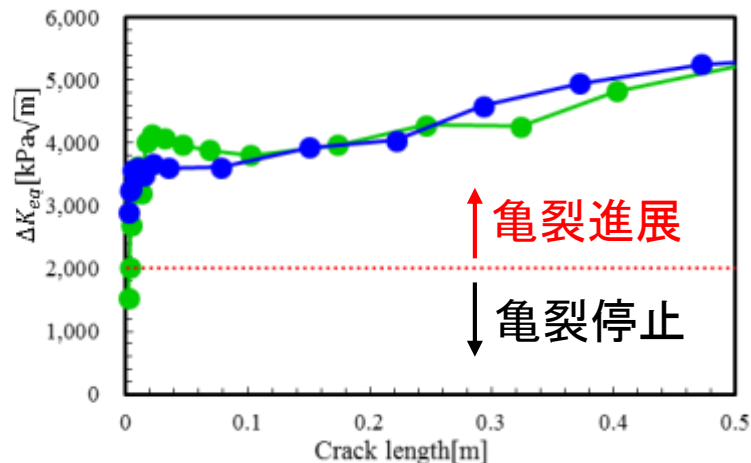
(1) 補強前



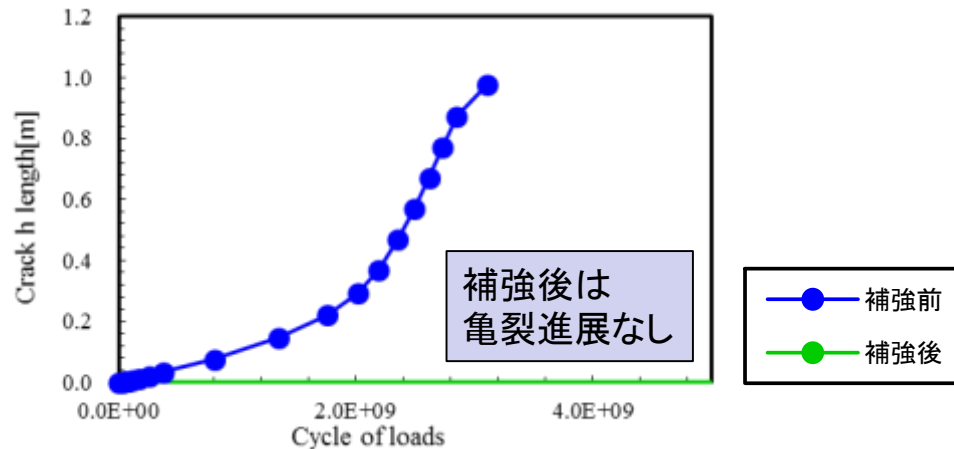
(2) 補強後



亀裂長さ—等価応力拡大係数範囲



荷重サイクル—亀裂長さ



補強後は、初期亀裂が進展しないことを予測

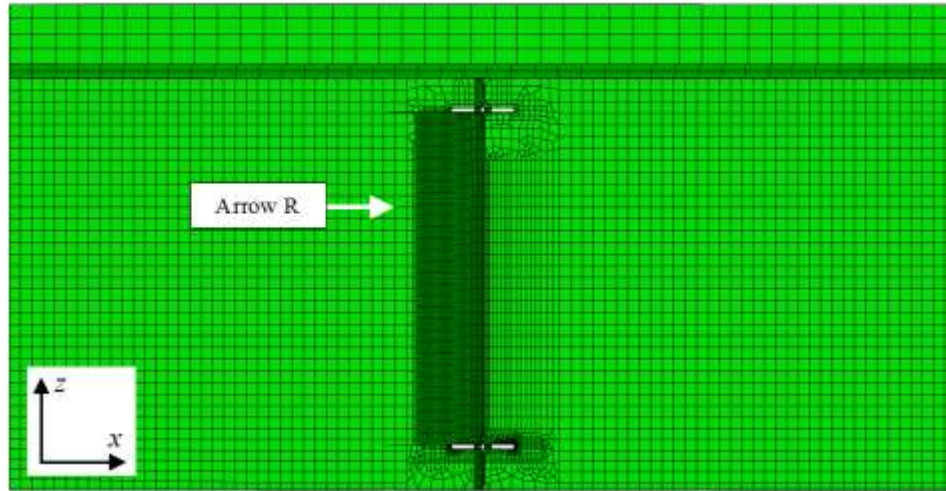
解析結果例：貫通部（まとめ）

ケース	亀裂（初期長さ）	走行荷重	補強	疲労寿命（10mm）	疲労寿命（50mm）
Case 1	A (2mm)	Lane 1	無	1.2.E+08	5.2.E+08
Case 2	A (2mm)	Lane 1	有	停止	停止
Case 3	A (2mm)	Lane 2	無	3.0.E+08	2.4.E+09
Case 4	A (2mm)	Lane 2	有	停止	停止
Case 5	B (5mm)	Lane 1	無	停止	停止
Case 6	B (5mm)	Lane 1	有	停止	停止
Case 7	B (5mm)	Lane 2	無	停止	停止
Case 8	B (5mm)	Lane 2	有	停止	停止

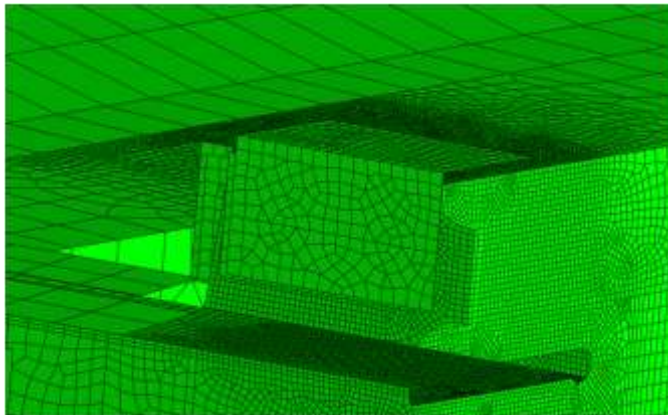
- Bの位置では亀裂の進展は生じない
- Aの位置でも補強により亀裂の進展を停止させることが可能

垂直補剛材を対象とした亀裂進展解析ケース

分配横桁垂直補剛材サブモデル全景

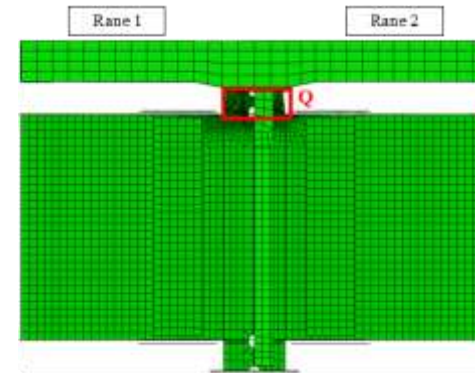


補強工法のモデル化

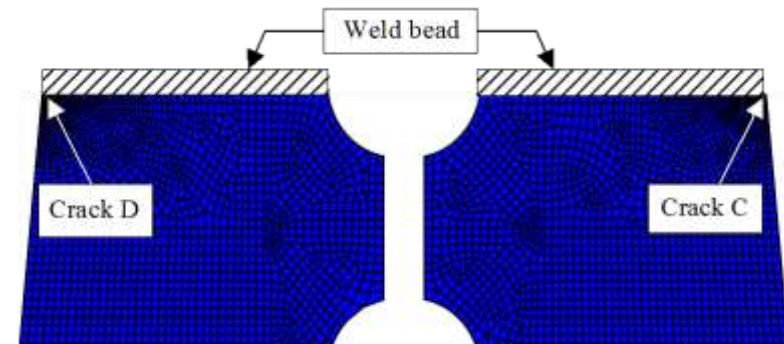


- アンガル材(板厚10mm)×4

矢視Rによるサブモデル



Q部:初期亀裂設定箇所



解析ケース:8ケース

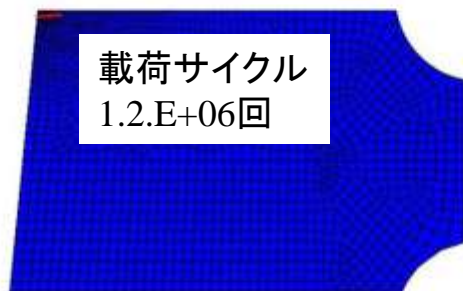
- (亀裂箇所C,D) × (載荷荷重Lane1,2)
- × (補強前,後)

解析結果例：垂直補剛材 (Lane1 vs. Lane2)

解析対象

- 亀裂箇所D
- 補強前

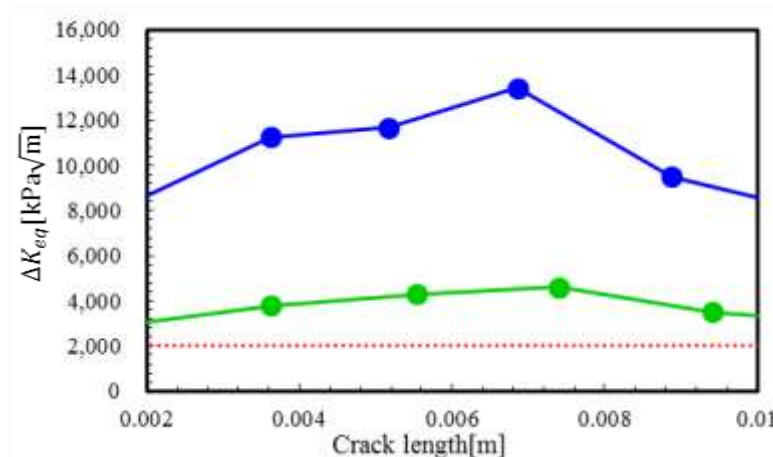
(1) Lane1



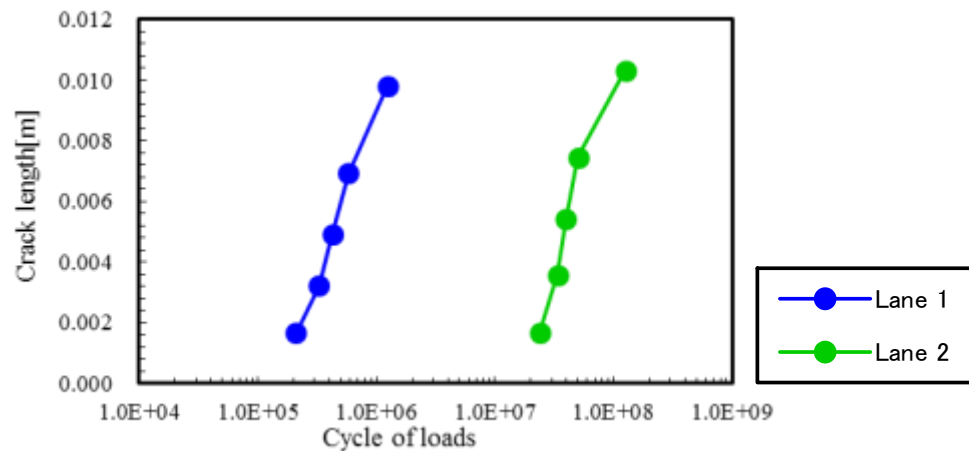
(2) Lane2



亀裂長さ—等価応力拡大係数範囲



荷重サイクル—亀裂長さ



走行Laneの違いによる亀裂進展速度への寄与を定量評価

解析結果例：貫通部（まとめ）

ケース	亀裂（初期長さ）	走行荷重	補強	疲労寿命（5mm）	疲労寿命（10mm）
Case 9	C (2mm)	Lane 1	無	1.1.E+05	3.3.E+05
Case 10	C (2mm)	Lane 1	有	2.7.E+07	停止
Case 11	C (2mm)	Lane 2	無	1.7.E+07	3.6.E+07
Case 12	C (2mm)	Lane 2	有	停止	停止
Case 13	D (2mm)	Lane 1	無	停止	停止
Case 14	D (2mm)	Lane 1	有	停止	停止
Case 15	D (2mm)	Lane 2	無	1.4.E+05	5.7.E+05
Case 16	D (2mm)	Lane 2	有	3.1.E+07	9.2.E+07

- C・Dの位置とも補強により亀裂の進展を数100倍程度低減させることが可能
- 亀裂の進展を確実に停止させることは必ずしも容易ではない

亀裂進展解析結果まとめ

■ 16ケースの解析を系統的に実施

(亀裂箇所4パターン) × (載荷荷重2パターン) × (補強前後2パターン)

- 構造ディテールが橋梁内に占める存在箇所や方向，走行荷重との位置関係を考慮した亀裂進展性の定量的評価に成功
- 解析したケースでは，補強により数百倍以上の亀裂進展速度低下を予測
- Lane 1とLane 2の載荷条件の重畳(同時・交互)を考慮する必要あり

參考資料

実橋計測と解析結果の比較

実橋計測について

計測位置

計測は第4径間で実施された

※モデル化位置とは異なる

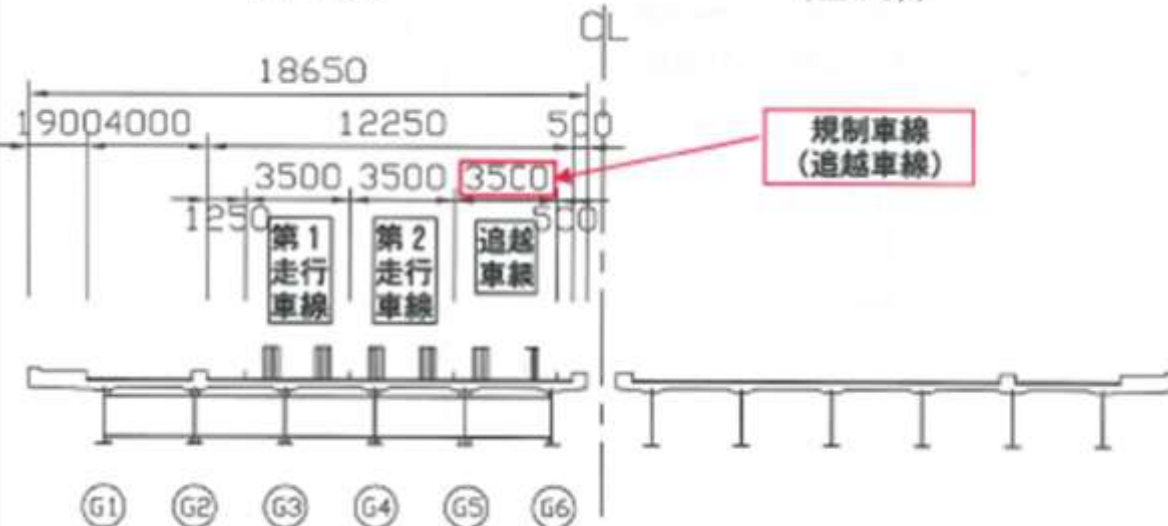


大まかな参考としての
利用にとどまる



(下り線)

(上り線)



規制車線
(追越車線)

走行車線はレーン1と同じ

実橋計測用試験車両

試験車重量

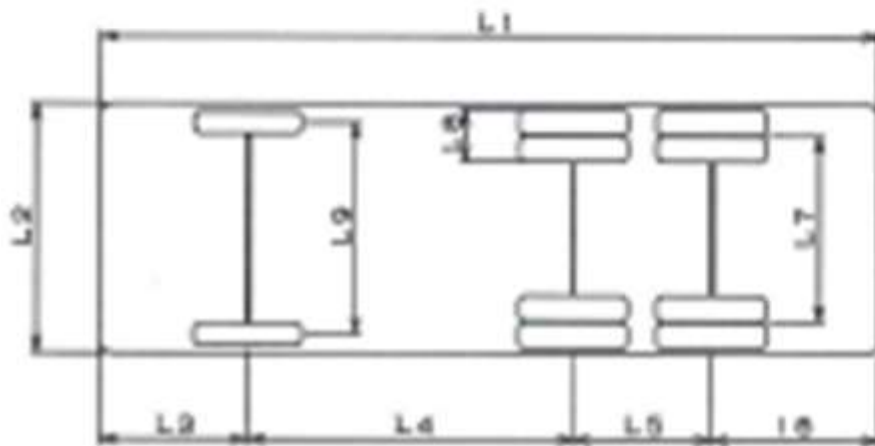
単位：tf

	総重量	前輪	後輪(前軸)	後輪(後軸)
試験車	19.640	4.810	7.600	7.230

試験車寸法

単位：mm

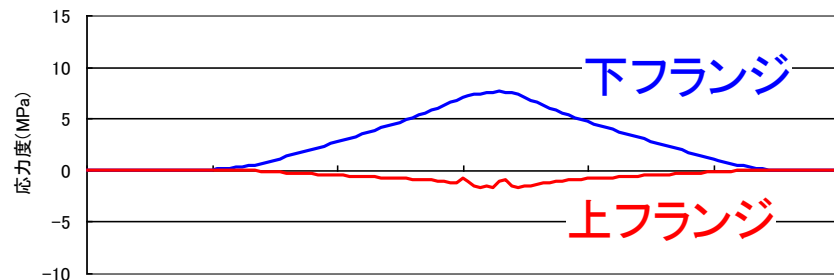
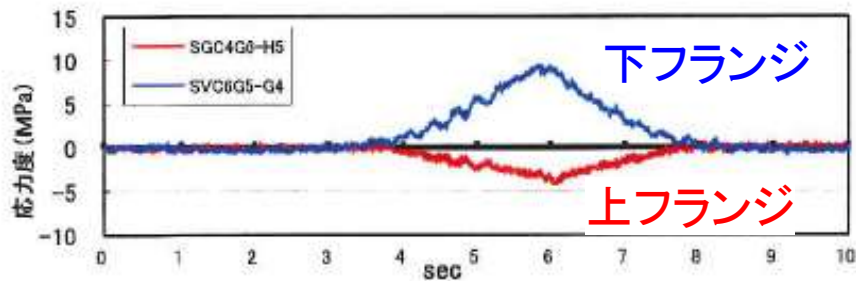
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9
寸法	7500	2350	1250	3200	1300	1750	1850	500	2050



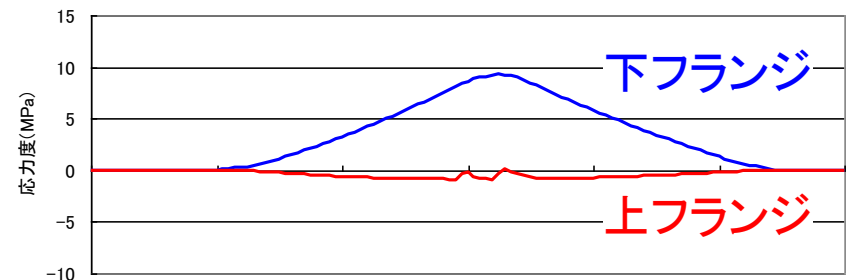
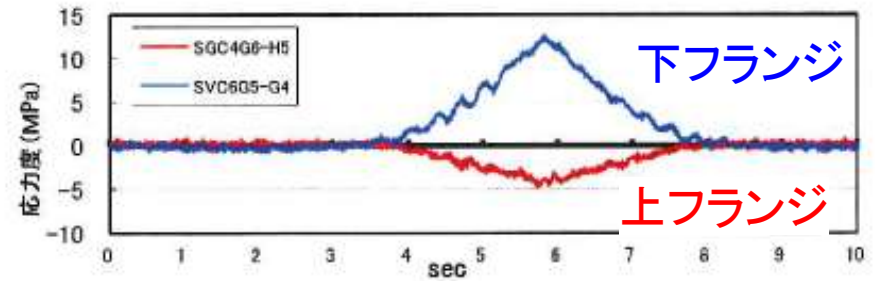
計測結果との比較：波形

影響線載荷した解析結果より，試験車両通行時の波形を再現して比較

G5桁(内桁)



G6桁(外桁)



下フランジの応答波形の形状はほぼ一致.

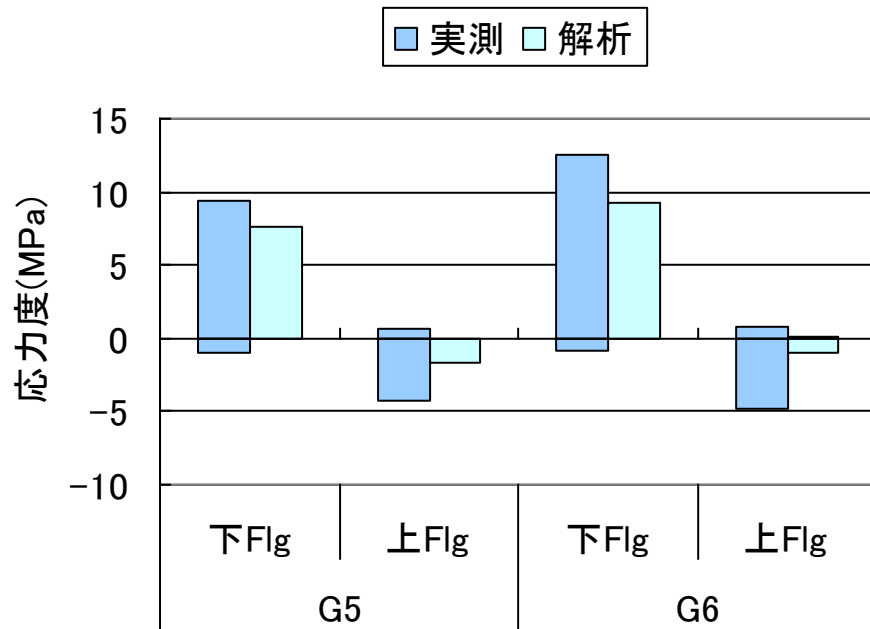
⇒ 大きな問題はないと想定される.

上フランジ側は応答が小さい.

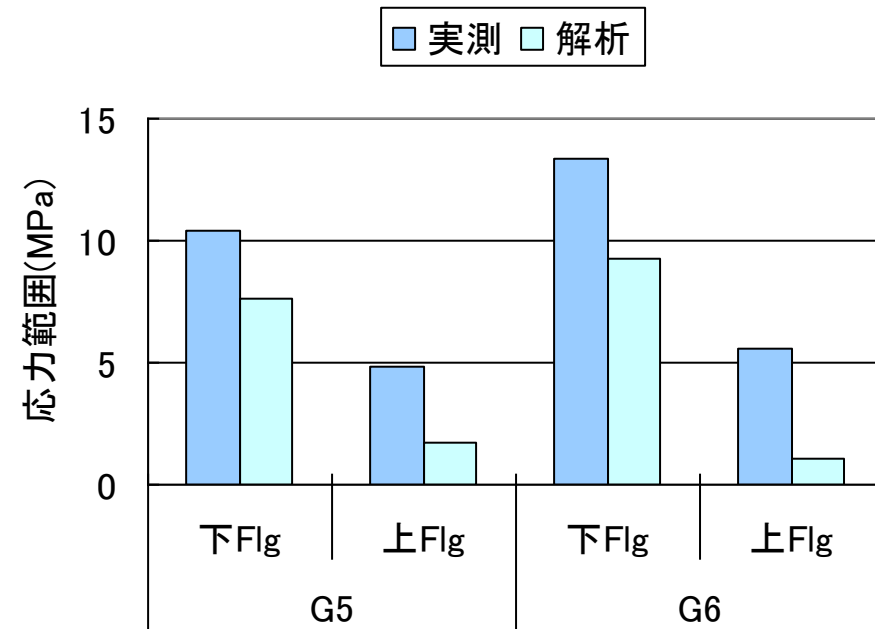
⇒ 実際には実測の応答が大きすぎる。(床版非合成化の影響と想定)

計測結果との比較：ピーク・範囲

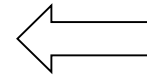
応力のピーク値の比較



応力範囲の比較



下フランジの応答は小さ目
上フランジ側は解析では応答が出ていない



RC床版と鋼桁が一体化しておらず、
非合成桁になっている為

完全な一致ではなかったものの、致命的な問題はないと判断

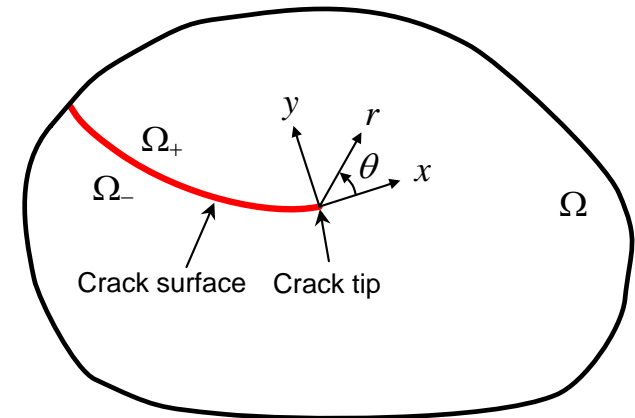
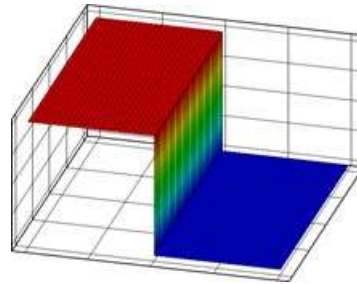
- ・第6径間が非合成化しているかどうか不明
- ・波形の形状自体はOK
- ・非合成の再現は解析難度が高く、不安定化

XFEMの精度検証

平面破壊力学問題のエンリッチメント

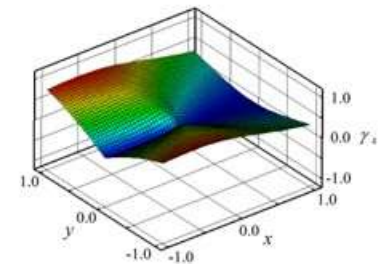
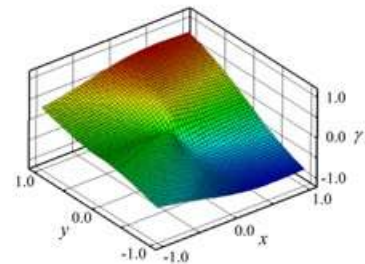
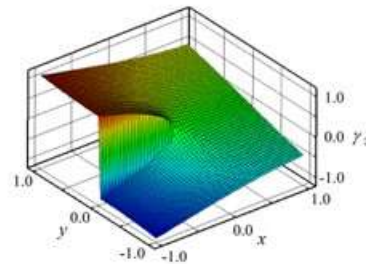
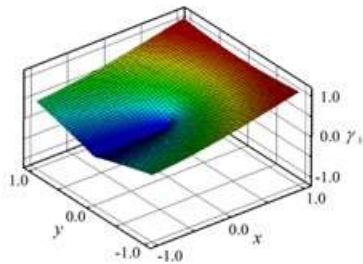
Heaviside関数

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{on } \Omega_+ \\ -1 & \text{on } \Omega_- \end{cases}$$



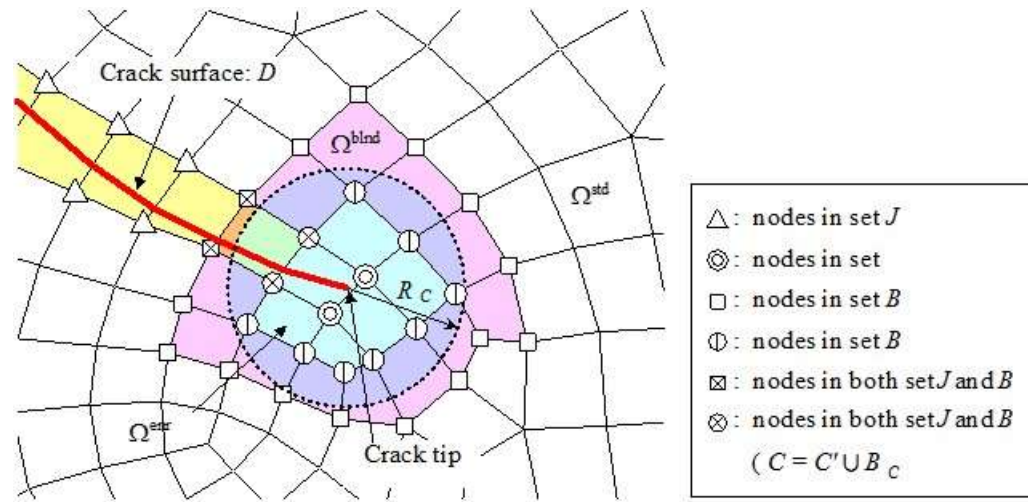
亀裂近傍漸近解の基底関数

$$\gamma_k(\mathbf{x}) = \left\{ \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta \right\}$$



平面破壊力学問題におけるXFEM近似

節点集合の定義



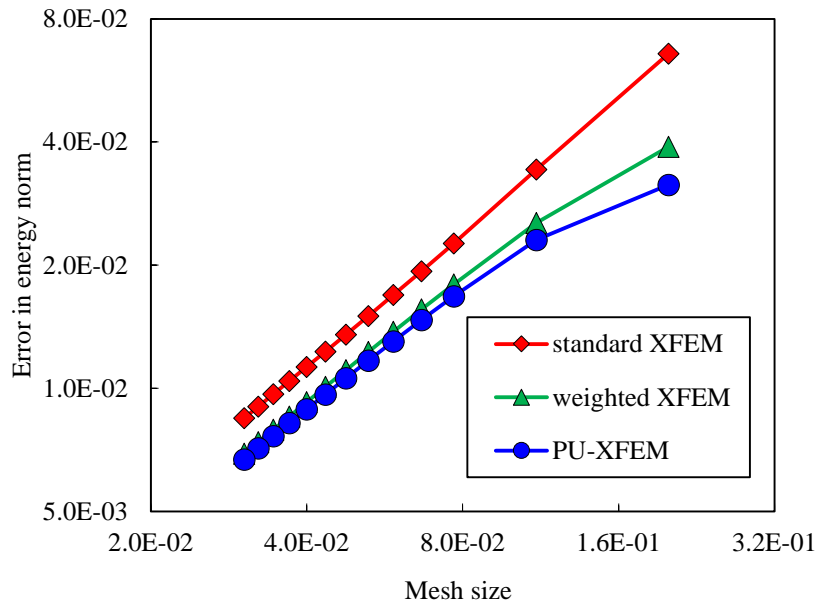
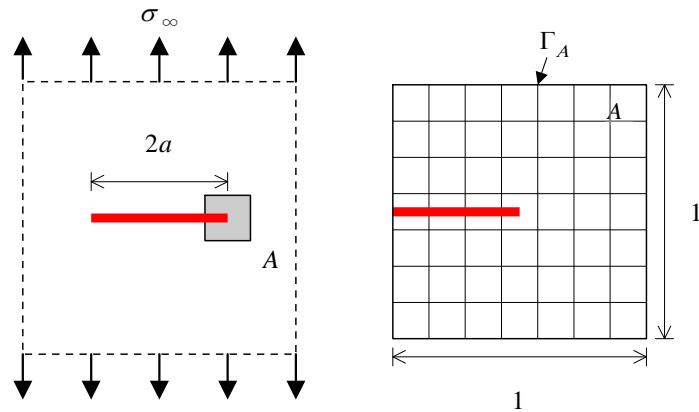
標準のXFEM :
$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N} \phi_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i + \sum_{i \in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i + \sum_{i \in C} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) \mathbf{b}_i^k$$

重み付きXFEM:
$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N} \phi_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i + \sum_{i \in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i + \varphi_C(\mathbf{x}) \sum_{i \in C \cup B_0} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) \mathbf{b}_i^k$$

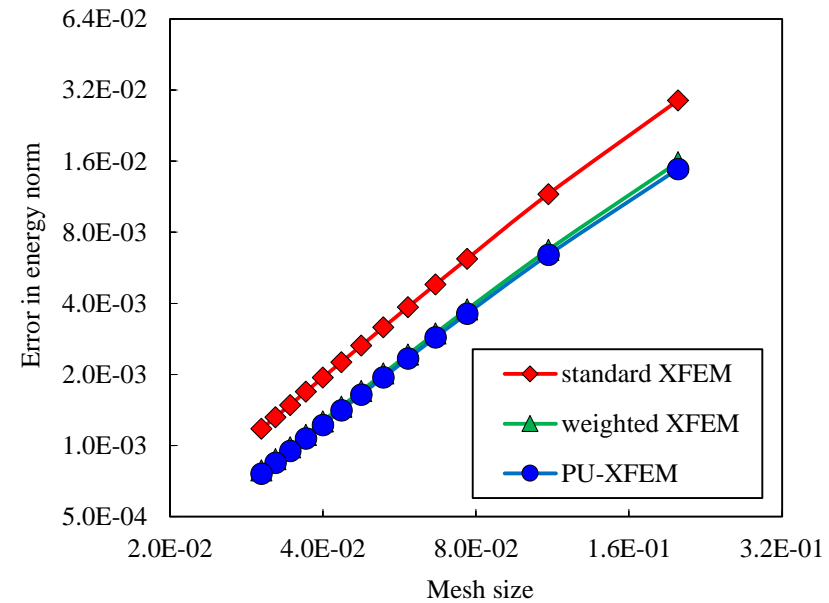
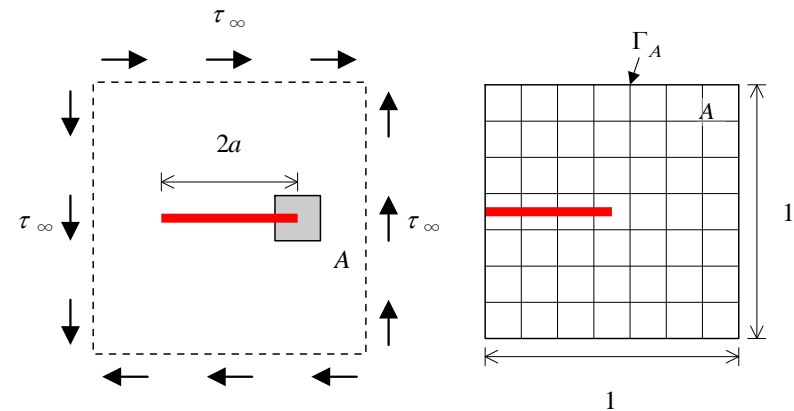
PU-XFEM :
$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}) = & \varphi_o(\mathbf{x}) \left(\sum_{i \in (N/C) \cup B_c} \phi_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i + \sum_{i \in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i \right) \\ & + \varphi_C(\mathbf{x}) \left(\sum_{i \in C \cup B_0} \phi_i(\mathbf{x}) \mathbf{w}_i + \sum_{i \in C \cup B_0} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) \mathbf{b}_i^k \right) \end{aligned}$$

エネルギー誤差ノルムに基づく収束性検証

面内開口モード



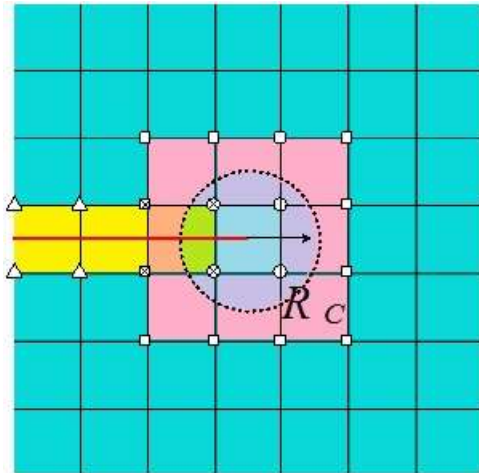
面内せん断モード



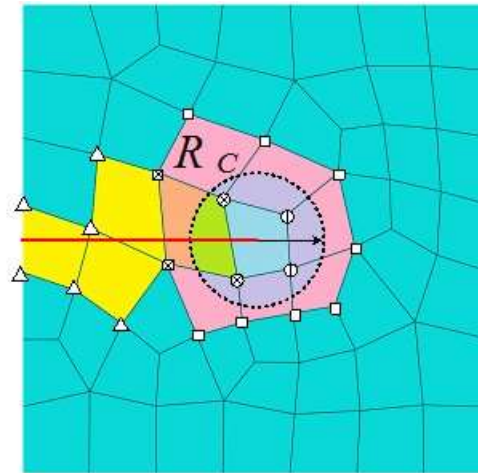
PU-XFEMが最小のエネルギー誤差ノルムを示すことを確認した

ロバスト性に関する検討

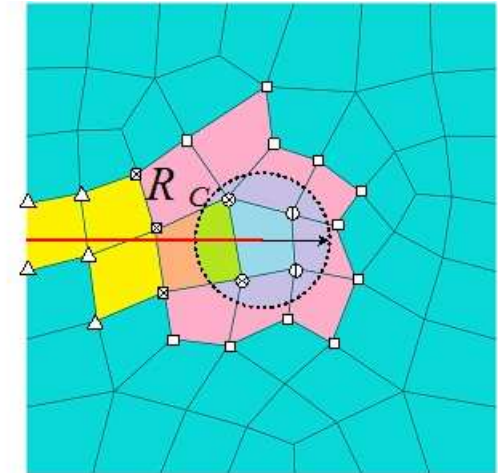
- 重み付きXFEMとPU-XFEM定式化では、標準のXFEMより**多くのエンリッチ自由度**を利用
- 本研究の解析により、これらの追加されたエンリッチ自由度による**ゼロエネルギーモードの発生**が判明



(a) Structured mesh with 8 BE



(b) Unstructured mesh with 7 BE



(c) Unstructured mesh with 9 BE

	$\dim(\text{Ker } \mathbf{K}_C)$	$\kappa(\mathbf{K}_C)$
Standard XFEM	0	2.24E+04
Weighted XFEM	4	7.43E+19
PU-XFEM	12	3.84E+19

	$\dim(\text{Ker } \mathbf{K}_C)$	$\kappa(\mathbf{K}_C)$
Standard XFEM	0	1.80E+03
Weighted XFEM	4	7.93E+20
PU-XFEM	12	1.44E+20

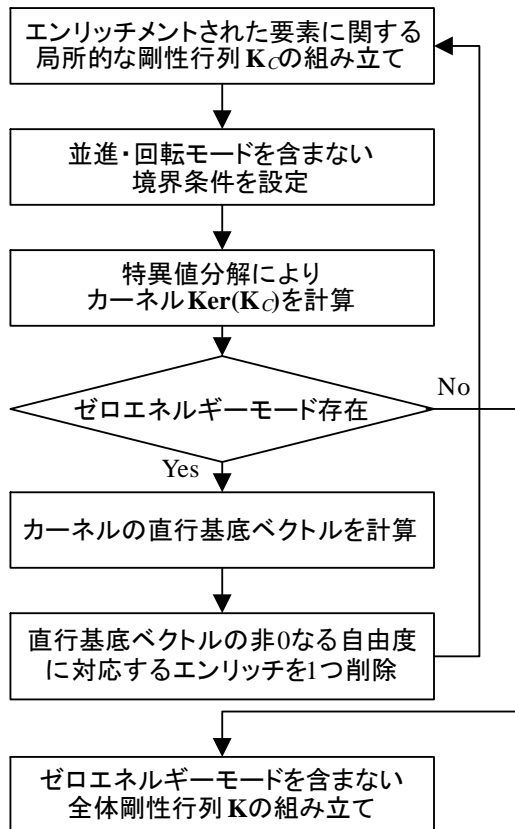
	$\dim(\text{Ker } \mathbf{K}_C)$	$\kappa(\mathbf{K}_C)$
Standard XFEM	0	1.43E+04
Weighted XFEM	4	4.57E+19
PU-XFEM	12	1.10E+20

$\dim(\text{Ker } \mathbf{K}_C)$: 並進・回転を除いた \mathbf{K}_C のゼロエネルギーモードの個数

ゼロエネルギーモードの個数に等しいエンリッチ自由度を削除することを考える

不要エンリッチメント自由度の削除

エンリッチメント自由度削除 アルゴリズムの提案



利点

局所的な剛性行列 K_C
の特異値分解により、
ゼロエネルギーモードを発生する
エンリッチメント自由度を過不足なく削除可能

エンリッチメント自由度削除結果例

(a) Structured mesh with 8 BE

	Original $\kappa(K_C)$	Processed $\kappa(K_C)$
Weighted XFEM	4.57E+19	2.41E+09
PU- XFEM	1.10E+20	2.61E+09

本アルゴリズムにより、ゼロエネルギーモード数に
等しいエンリッチメント自由度を削除することで、
条件数 κ の改善が見られた

(条件数: 連立方程式の解に含まれる誤差の上限に関する係数)

ロバスト性の向上が示された

実橋梁解析に向けた平面XFEM精度検証まとめ

平面破壊力学問題を対象として、
以下のXFEM定式化に精度検証を実施

- 標準のXFEM
- 重みつきXFEM
- PU-XFEM

エネルギー誤差ノルム解析により
PU-XFEMが誤差最小を確認

重み付きXFEMおよびPU-XFEM
におけるロバスト性の低下を発見

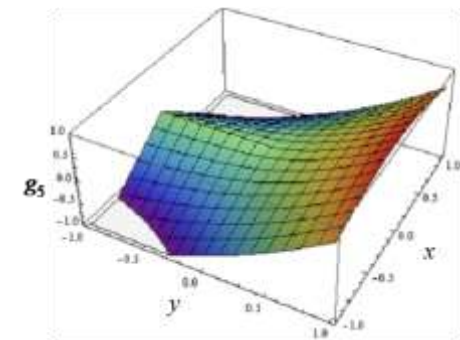
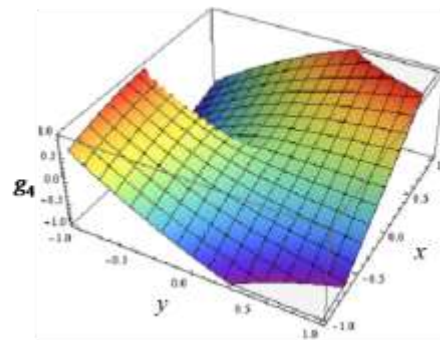
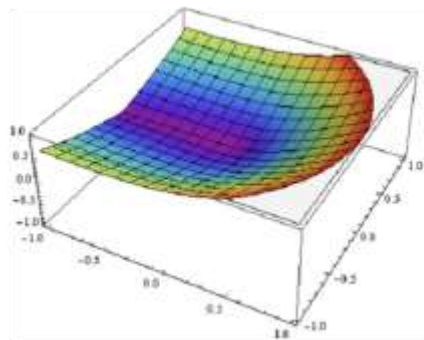
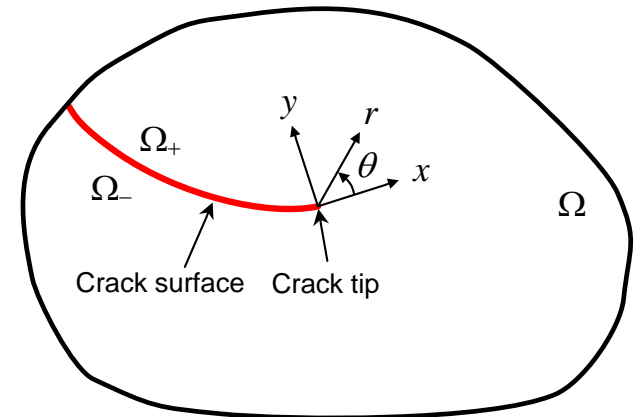
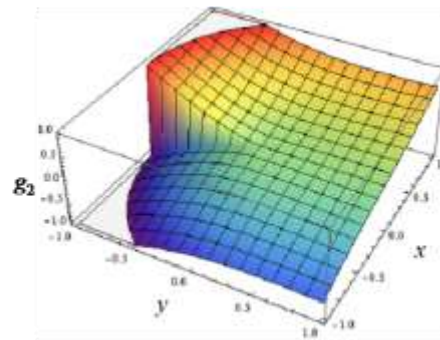
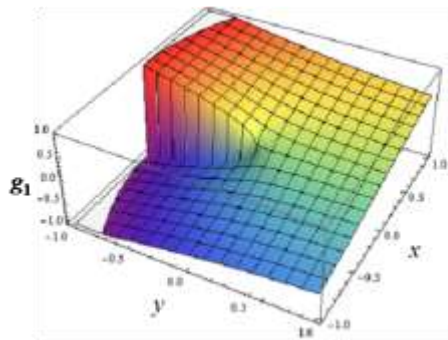
ロバスト性を向上する手法の提案

実鋼橋解析では、平面成分としてロバスト性を向上させた
PU-XFEM定式化を利用することとした

板曲げ破壊力学問題のエンリッチメント

亀裂近傍漸近解(面外たわみ成分)の基底関数

$$g_k(x) = \left\{ \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, r^{\frac{3}{2}} \sin \frac{\theta}{2}, r^{\frac{3}{2}} \cos \frac{\theta}{2}, r^{\frac{3}{2}} \sin \frac{3\theta}{2}, r^{\frac{3}{2}} \cos \frac{3\theta}{2} \right\}$$



板曲げ破壊力学問題におけるXFEM近似

標準のXFEM :

$$w(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N} \phi_i(\mathbf{x}) w_i + \sum_{i \in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) c_i + \sum_{i \in C} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^5 g_k(\mathbf{x}) d_i^k$$

$$\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) \boldsymbol{\beta}_i + \sum_{i \in J} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{e}_i + \sum_{i \in C} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) \mathbf{f}_i^k$$

重み付きXFEM:

$$w(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N} \phi_i(\mathbf{x}) w_i + \sum_{i \in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) c_i + \varphi_C(\mathbf{x}) \sum_{i \in \text{CUB}_0} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^5 g_k(\mathbf{x}) d_i^k$$

$$\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) \boldsymbol{\beta}_i + \sum_{i \in J} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{e}_i + \varphi_C(\mathbf{x}) \sum_{i \in \text{CUB}_0} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) \mathbf{f}_i^k$$

PU-XFEM :

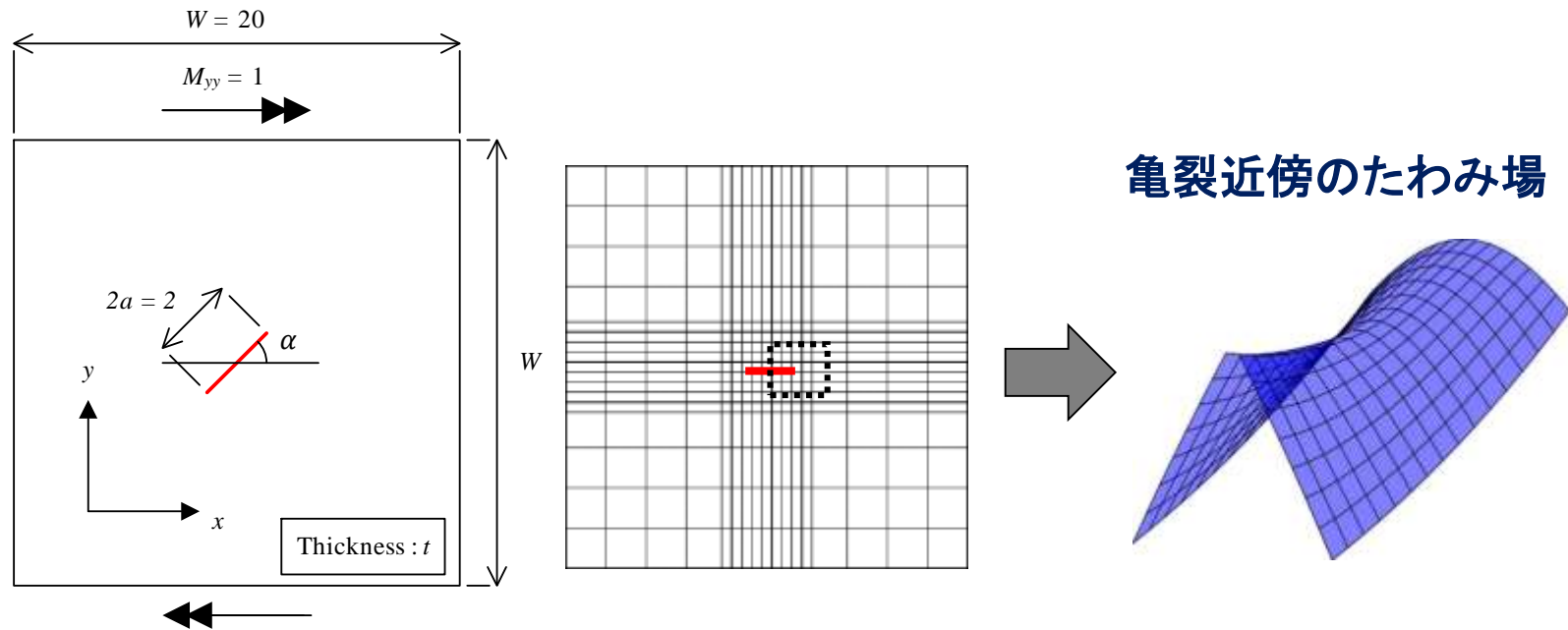
$$w(\mathbf{x}) = \varphi_o(\mathbf{x}) \left(\sum_{i \in (N/C) \cup B_c} \phi_i(\mathbf{x}) w_i + \sum_{i \in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) c_i \right) + \varphi_C(\mathbf{x}) \left(\sum_{i \in \text{CUB}_0} \phi_i(\mathbf{x}) \omega_i + \sum_{i \in \text{CUB}_0} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^5 g_k(\mathbf{x}) d_i^k \right)$$

$$\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = \varphi_o(\mathbf{x}) \left(\sum_{i \in (N/C) \cup B_c} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) \boldsymbol{\beta}_i + \sum_{i \in J} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{e}_i \right) + \varphi_C(\mathbf{x}) \left(\sum_{i \in \text{CUB}_0} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) \boldsymbol{\rho}_i + \sum_{i \in \text{CUB}_0} \hat{\phi}_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^5 \gamma_k(\mathbf{x}) \mathbf{f}_i^k \right)$$

ただし, $\hat{\phi}_i(\mathbf{x})$ はMITC要素でせん断ひずみ成分の計算において, せん断ロッキングが生じないように用いられる内挿関数

破壊力学パラメータの評価に基づく精度検証

解析モデル 中央に貫通亀裂を含む有限板に一様モーメント



破壊力学パラメータの理論値
との比較により精度検証

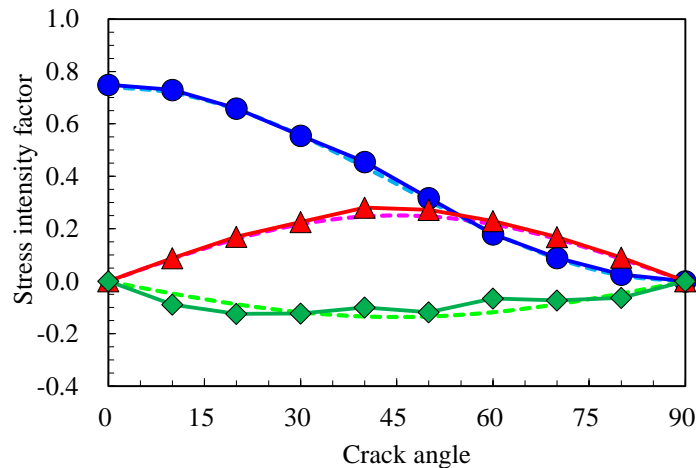
$$K_{MI} = \Phi(1)M_{yy}\sqrt{a}\cos^2\alpha$$

$$K_{MII} = \Psi(1)M_{yy}\sqrt{a}\cos\alpha\sin\alpha$$

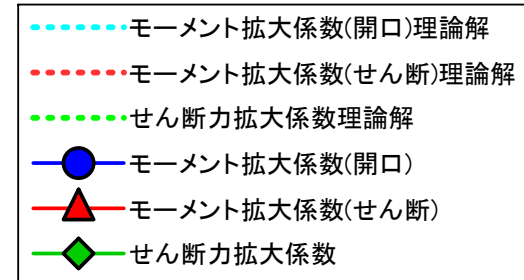
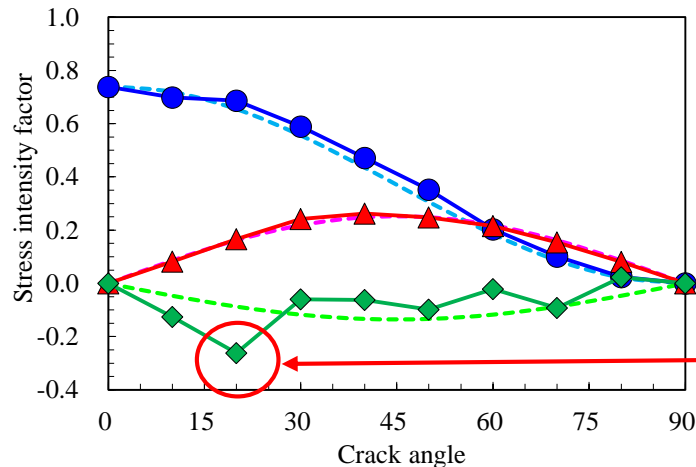
$$K_{QIII} = -\frac{\sqrt{10}}{(1+\nu)t}\Omega(1)M_{yy}\sqrt{a}\cos\alpha\sin\alpha$$

XFEM定式化による精度比較

標準のXFEM



重み付きXFEM



重み付きXFEMでは、せん断力拡大係数の評価で大きく精度悪化

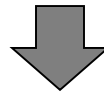
PU-XFEMでは、妥当な解が得られなかった

重み付きXFEMやPU-XFEMにおける精度低下は、MITC要素におけるひずみ仮定法のエンリッチメントへの適用に起因すると考えられる

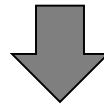
実橋梁解析に向けた板曲げXFEM精度検証まとめ

板曲げ破壊力学問題を対象として、
以下のXFEM定式化に精度検証を実施

- 標準のXFEM
- 重みつきXFEM
- PU-XFEM



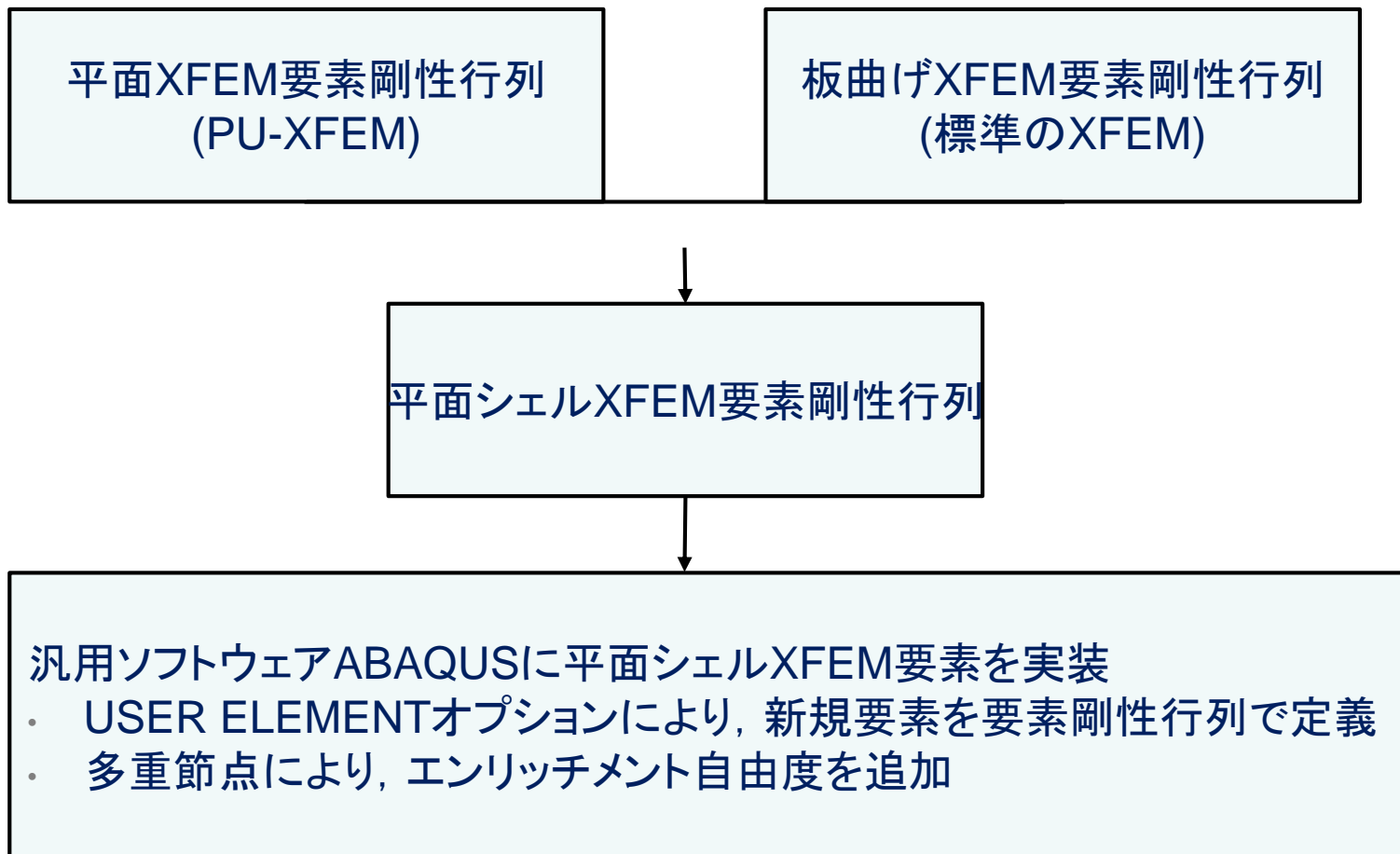
重みつきXFEM, PU-XFEMにおける解析精度悪化が判明



実橋梁解析では、いた曲げ成分として標準のXFEM定式化
を利用することとした

汎用ソフトウェア連成XFEM解析プログラム開発

平面と板曲げの精度検証に基づき、実橋梁解析に向けて
汎用ソフトウェア連成XFEM解析プログラムを開発した



亀裂進展挙動のモデル化

亀裂進展の経験式 (応力拡大係数範囲 ΔK_{eq} に基づき, 亀裂速度を予測)

Paris則

$$\frac{\Delta a}{\Delta N} = C(\Delta K_{eq}^n - \Delta K_{th}^n)$$

応力拡大係数範囲

$$\Delta K_{eq} = \Delta K_{\sigma I} \cos^3\left(\frac{\theta_c}{2}\right) - 3 \Delta K_{\sigma II} \cos^2\left(\frac{\theta_c}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_c}{2}\right)$$

最大周方向応力説

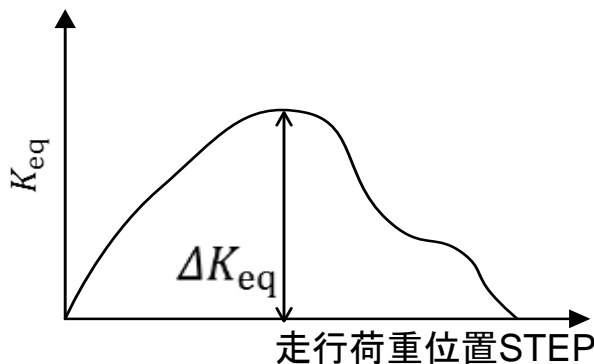
$$\theta_c = 2 \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta K_{\sigma I}}{\Delta K_{\sigma II}} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta K_{\sigma I}}{\Delta K_{\sigma II}} \right)^2 + 8} \right) \right\} \quad \left[K_{\sigma I}, K_{\sigma II} \text{は数値解析結果から評価される破壊力学パラメータ} \right]$$

本研究では, 上式を板曲げ破壊力学問題に拡張した亀裂進展則を提案

$$\Delta K_{eq} = \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} \Delta K_{eq}(z) dz$$

$$\theta_c = \frac{1}{t \Delta K_{eq}} \int_{-t/2}^{t/2} \Delta K_{eq}(z) \theta_c(z) dz$$

走行荷重解析に基づく ΔK_{eq} 評価



亀裂進展速度, 亀裂進展角度のモデル化

