

サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル

小林潔司¹・熊田一彦²・佐藤正和³・岩崎洋一郎⁴・青木一也⁵

¹フェロー会員 京都大学経営管理大学院 経営管理講座 (〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)
E-mail:kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

²正会員 中日本高速道路株式会社 中央研究所道路研究部舗装研究室 (〒 194-8508 東京都町田市忠生1-4-1)
E-mail:k.kumada.aa@c-nexco.co.jp

³正会員 中日本高速道路株式会社 中央研究所道路研究部舗装研究室 (〒 194-8508 東京都町田市忠生1-4-1)
E-mail:m.sato.au@c-nexco.co.jp

⁴正会員 中日本高速道路株式会社 八王子支社 (〒 192-8648 東京都八王子市宇津木町231)
E-mail:y.iwasaki.ab@c-nexco.co.jp

⁵正会員 株式会社パスコ 研究開発センター (〒 153-0043 東京都目黒区東山2-8-10 目黒ビル別館1F)
E-mail:kazuya_aoki@pasco.co.jp

本研究では、経年的に蓄積された舗装の路面性状データや補修履歴データを用いて、舗装の劣化過程を統計的に予測する舗装劣化予測モデルを提案する。具体的には、道路舗装の劣化状態を離散的な複数のレーティングで記述し、一定期間内における舗装状態のマルコフ推移確率を多段階指数ハザードモデルを用いて表現する。その際、劣化が進行した舗装に対して補修が実施されるため観測データが欠損するという問題が発生する。本研究では、選択枝サンプリング法を用いてサンプル欠損バイアスを考慮した最尤推定法を提案し、多段階指数ハザードモデルの推計に適用する。さらに、マルコフ推移確率を、高速道路のわだち掘れ量のデータベースに基づいて推定し、サンプル欠損バイアスの影響について実証的に検討する。

Key Words : *pavement deterioration, Markov model, sample dropping bias, choice-based sampling*

1. はじめに

従来より、道路舗装の劣化予測モデルに関して、数多くの研究が蓄積されている。例えば、阿部・飯野は、舗装の供用年数とわだち掘れ深さに関する統計的関係を分析している¹⁾。清野等は、舗装の供用性曲線としてロジスティック曲線を採用し、観測データを用いて舗装劣化予測モデルを推定している²⁾。さらに、劣化過程の不確実性を考慮した道路舗装の破損評価や劣化特性に関する研究がある^{3),4)}。近年、ハザードモデルを用いた劣化予測モデルに関する研究が進展している。その中で、Shin & Madanatは、道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル型劣化ハザードモデルを提案している⁵⁾。伝統的なハザードモデルでは、劣化状態がひび割れの有無という2値状態で表現される場合を想定しており、複数の健全度を同時に扱う問題への適用としては課題が残っている。

これら既往研究にもかかわらず、舗装劣化予測に関して多くの問題が残されている。これらの問題として、1) 舗装劣化過程に多くの不確実性が介在し、確定的劣化予測モデルとしてモデル化が困難なこと³⁾、2) 補修が実施されることにより、劣化が進展した状態の舗装に関するサンプルが欠損すること⁶⁾、3) 舗装の劣化データに観測誤差が含まれること、等があげられる。この内、本研究では劣化過程の不確実性と、補修による

サンプル欠損の問題に着目する。サンプル欠損が存在する場合、劣化の進展が相対的に遅いサンプルに基づいて劣化予測モデルを推定するため、舗装寿命を過大に評価する危険性がある。なお、本研究では、観測誤差の問題は取り上げない。

本研究では、舗装の管理基準値や補修戦略を検討するようなネットワークレベルでの劣化予測モデルの推計問題を取り上げる。そのために、舗装の不確実な劣化過程をマルコフ推移確率行列で表現する³⁾。さらに、道路舗装の定期測定や補修履歴に関する実際のデータに基づいて、多段階指数ハザードモデル⁷⁾を用いてマルコフ推移確率を推定する。しかし、道路舗装のアセットマネジメントでは、劣化が進展した舗装に対して補修が実施されるため、劣化が進展した舗装に関する実績データが乏しくなるというサンプル欠損が発生する。谷口等⁶⁾は、補修によるデータ欠損の問題を指摘し、その補正方法を提案している。しかし、補正方法の統計的性質に関する議論は十分になされていない。本研究では、補修によるデータ欠損に対する補正を考慮するために、選択枝サンプリング法⁸⁾⁻¹⁰⁾を用いた多段階指数ハザードモデルの推定方法を提案する。

以上で述べたように、本研究では舗装の定期測定、補修履歴データに基づいて、舗装劣化を表すマルコフ推移確率行列を、多段階指数ハザードモデルを用いて推

定する。その際、補修によってデータが欠損することによる推定バイアスを克服する方法論を提案する。以下、**2.**で本研究の基本的な考え方を説明する。**3.**にて、マルコフ推移確率の推定方法を説明し、**4.**でサンプル欠損バイアスを考慮したマルコフ推移確率の推定方法を提案する。さらに、**5.**で高速道路のわだち掘れ量のデータベースに基づいた適用事例について説明する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

従来より、信頼性工学の分野において、ハザードモデルの推計方法に関する研究が進展している。ハザードモデルを推計する場合、サンプルの寿命が完全に観測にされるとは限らない。特に、定期点検の結果に基づいてハザードモデルを推計する場合、観測される生存時間が打ち切られたり、点検時点以前に寿命が終了したサンプルデータが観測されるというデータセンタリングの問題が発生する。このような不完全サンプルに起因して発生する推計バイアスの問題に関して研究が進展している^{11),12)}。また、アセットマネジメントの分野においても、定期点検による不完全サンプルデータに関する推計バイアスの問題が分析されている^{13),14)}。しかし、本研究で対象とするシステムのサンプル欠損の問題は、予防的補修が実施されるために、(仮に予防修繕が実施されなかった場合に)点検時点で観測される健全度を観測できないことにより生起する問題である。言い換えれば、システムのサンプル欠損バイアスは、複数の健全度の間で定義されるマルコフ推移確率の推計に特有な問題である。このため、多段階指数ハザードモデルの推計において課題となるサンプル欠損バイアスに関しては研究が蓄積されていない。

本研究で取り上げるシステムのサンプル欠損バイアスと同様の問題が、選択肢サンプリングに基づいた推計問題においても発生する。分析対象とする実測サンプルが母集団に占める割合が少ない場合、母集団から一様にランダム抽出すると膨大な量の実測サンプルが必要となる。このことから、特定のサンプル属性を有するサンプルのみを重点的に抽出し、サンプル抽出の効率化を達成する方法が提案されている⁸⁾⁻¹⁰⁾。また、土木工学の分野でも、交通モデリング^{15),16)}、レクリエーション便益評価¹⁷⁾への適用事例がある。例えば、交通モデリングの場合、特定の交通機関(選択肢)を選択した顧客に対して重点的にアンケートを実施し、サンプリングの効率化を図る方法が提案されている¹⁵⁾⁻¹⁷⁾。このように選択肢ごとに異なった方法でサンプルを抽出する方法を選択肢別サンプリング(choice-based sampling)という。選択肢別サンプリングされたデータを用いた

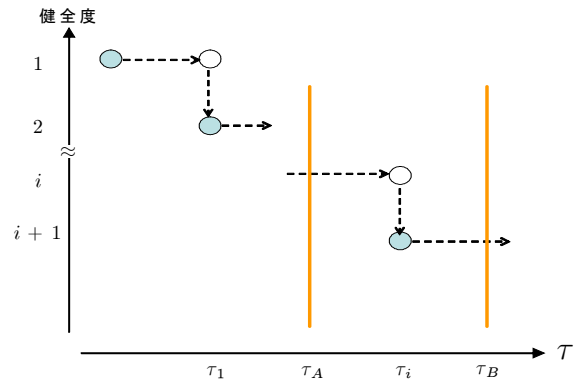


図-1 劣化過程と測定スキーム

場合、データ発生メカニズムが異なることに起因するシステムの推定バイアスを除去することが必要となる。いま、舗装の劣化水準を**2.(2)**で説明するような離散的な健全度で表現し、かつ健全度を選択肢に置き換えてみよう。この時、ある時点から次の時点の健全度に推移する現象を、次の時点の選択肢(健全度)を選択する問題として定式化することができる。さらに、補修によるサンプル欠損を、劣化が進展した健全度(選択肢)におけるサンプルの抽出率が減少する問題と解釈できる。このように考えれば、選択肢別サンプリングのために開発された推定法を、劣化予測におけるサンプル欠損の問題にも適用できる。

しかし、選択肢別サンプリング法を劣化予測におけるサンプル欠損バイアスの問題に適用する場合、以下のような点に配慮することが必要となる。すなわち、選択肢別サンプリングに関する研究事例では、母集団におけるサンプル属性の確率分布に関する情報を獲得することが困難であることが想定されている場合が多い。例えば、先述の交通機関選択に関する選択肢サンプリングでは、各交通機関を利用する利用者に対してサンプリングが実施されるため、利用者の属性の母集団分布に関する情報を獲得できない。しかし、各交通機関を利用する比率に関するマクロ情報を獲得できる。一方、舗装の劣化予測の場合、舗装データベースが整備されていれば、個々のサンプルの舗装特性に関する情報が利用可能である。しかし、予防補修によるサンプル欠損が生じた場合、**4.(1)**で考察するように、予防補修をしなかった場合に発生する健全度分布(以下、理論的健全度分布と呼ぶ)というマクロ情報が獲得できない。このため、劣化予測モデルと理論的健全度分布を同時に推計するような方法論が必要となる。

(2) 道路舗装の劣化状態と測定スキーム

道路舗装の劣化予測モデルを推定するためには、路

面性状に関する時系列データを蓄積することが必要となる。いま、ある舗装区間の劣化が、図-1に示すように進行したと考えよう。一般に、舗装の路面性状は自動測定車を用いて観測されており、わだち掘れ量等に関する測定データは連続値で与えられる。しかし、ネットワークレベルにおける補修計画の分析においては、舗装の管理基準値は連続値をある離散的な健全度に置き換えて議論する機会が多い。離散的な健全度による管理基準値や補修戦略の設定は、ネットワークレベルにおいて操作性に優れている。ここでは舗装の損傷度が J 個の離散的な健全度で表現される場合を考える。例えば、舗装のMCI値やわだち掘れ量は複数のカテゴリで表現することができる。健全度を表すレーティングを状態変数 i ($i = 1, \dots, J$)で表現する。もっとも健全な状態（供用時または補修により回復した状態）を $i = 1$ で表し、状態変数の i の値が大きくなるほど損傷が進行することを示す。図-1の例では、時間軸上の離散時刻 τ_i ($i = 1, \dots, J-1$)において、それぞれ健全度が i から $i+1$ に達している。ここで、路面性状調査によって舗装の健全度を測定する場合を考えよう。舗装の状態を常時観測することは不可能であり、現実的には限られた時間軸において定期測定が実施される。ここでは、図-1に示すように、時間軸上の2つの時刻 τ_A および τ_B において定期測定が実施された場合を考えよう。時刻 τ_A の測定により、当該舗装区間の損傷状態を実測値で観測され、その時の健全度は i と判定される。さらに、時間の経過に応じて損傷が進行し、次の測定時刻 τ_B において健全度が $i+1$ と判定されている。図-1に示した劣化過程のサンプルパスでは、2つの定期測定の間において健全度 i から $i+1$ へ変化している。しかし、定期測定スキームでは実際に健全度が i から $i+1$ に変化した時刻 τ_i は観測できない。このように、定期測定では、2つの定期測定時刻における健全度を観測できるが、健全度が変化した時刻に関する情報は獲得できない。

(3) サンプル欠損バイアス

道路舗装の測定業務は、通常、ある限られた時間間隔において定期的実施される。測定によって観測された舗装の損傷状態に応じて補修の有無が検討される。舗装の損傷のタイミングは不確実であり、損傷の発生箇所にもばらつきが存在する。一方、損傷箇所に対して補修を行う場合、損傷箇所に対応した小さな区間を補修することは少なく、複数の損傷区間に対して同時に補修を実施している。そのため、劣化が進行していない比較的良好な状態の舗装も同時に補修されることとなる。いま、図-2に示すような2つの舗装劣化のサンプルパスを考える。時刻 τ_0 において補修が実施され良好な状態にあったそれぞれの舗装区間が、時間の

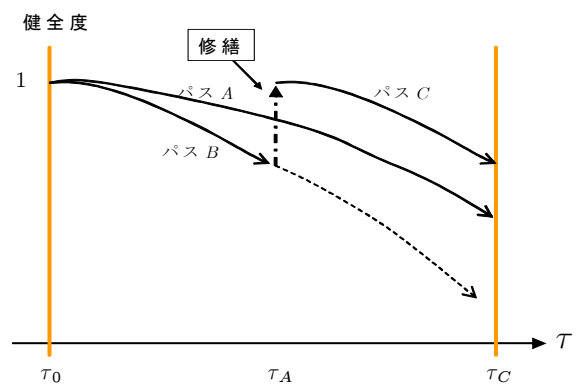


図-2 補修によるサンプル欠損

経過と共に異なる供用性曲線に従った劣化が進行している様子を示す。サンプルパス A では、測定時刻 τ_C まで補修が実施されず劣化が進行した状態が観測されている。一方、サンプルパス B では、時刻 τ_A において補修により健全度が回復している。仮に、サンプルパス B において時刻 τ_A に補修が実施されなければ、図中の破線で示した供用性曲線に従って劣化が進行し、測定時において劣化が進行した状態が観測される。しかし、時刻 τ_A において補修が実施されているために、測定時においてはサンプル B は観測されず、時刻 τ_A から新たに発生したサンプル C といった良好な状態の舗装区間のパフォーマンスが観測されることとなる。このように、舗装の補修が実施されることにより、劣化が進行した状態に関する実測サンプルが系統的に欠損し、点検によって状態が良いサンプルが相対的に多く獲得される。このような状態が良いサンプル集合を用いて劣化予測を推定すると、劣化確率を過小評価するという問題が発生する。このように補修によりサンプルが欠損するために、劣化予測モデルの推定結果が歪められる問題をサンプル欠損バイアスと呼ぶ。

3. 道路舗装の劣化予測モデル

(1) マルコフ推移確率

舗装の劣化過程をマルコフ推移確率を用いて表現しよう。津田等⁷⁾はマルコフ推移確率を多段階指数ハザードモデルを用いて推定する方法を提案している。ここでは、読者の便宜を図るため、その概要を説明する。2つの時刻間における舗装状態の不確実な推移状態をマルコフ推移確率で表現する。時刻 τ_A で観測した健全度を状態変数 $h(\tau_A)$ を用いて表そう。時刻 τ_A で観測した健全度が i ($i = 1, \dots, J$)であれば $h(\tau_A) = i$ と表せる。 i の値が大きくなるほど、劣化が進行した状態を表す。状態 J はもっとも劣化した状態を表す。マルコフ推移確

率は、時刻 τ_A で観測された健全度 $h(\tau_A) = i$ を与件とし、将来時点（例えば τ_B ）において健全度 $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付推移確率として定義される。すなわち、

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] = \pi_{ij} \quad (1)$$

と表せる。このような推移確率を健全度ペア (i, j) に対して求めれば、マルコフ推移確率行列

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{JJ} \end{pmatrix} \quad (2)$$

を定義できる。マルコフ推移確率(1)は所与の2つの時点 τ_A, τ_B の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり、当然のことながら、対象とする測定間隔が異なれば推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{ij} = 0$ ($i > j$)が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=i}^J \pi_{ij} = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して、

$$\left. \begin{array}{l} \pi_{ij} \geq 0 \quad (i, j = 1, \dots, J) \\ \pi_{ij} = 0 \quad (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=i}^J \pi_{ij} = 1 \end{array} \right\} \quad (3)$$

が成立しなければならない。状態 J は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{JJ} = 1$ が成立すると考える。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立して定義される。マルコフ推移確率モデルでは、健全度が $i-1$ から i に推移した時刻にかかわらず、測定時刻 τ_A から測定時刻 τ_B の間に推移する確率は時刻 τ_A における健全度のみ依存するという性質（マルコフ性）を満足する。

(2) 多段階指数ハザードモデル

マルコフ推移確率は、多段階指数ハザードモデルを用いて推定できる。本研究では、津田等⁷⁾が開発した多段階指数ハザードモデルを用いるが、読者の便宜を図るためモデルの概要を説明しておく。いま、健全度 i ($i = 1, \dots, J-1$)の寿命を確率変数 ζ_i で表す。健全度 i の寿命が、確率密度関数 $f_i(\zeta_i)$ 、分布関数 $F_i(\zeta_i)$ に従うと仮定する。時刻 τ_A における劣化状態が健全度 i であり、そこから時間 y_i が経過した時刻で健全度 $i+1$ に到達する確率密度をハザード関数 $\lambda_i(y_i)$ を用いて表現する。この時、ハザード関数は、供用時間 y_i まで健全度が i のまま継続する生存確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ を用いて、

$$\lambda_i(y_i)\Delta y_i = \frac{f_i(y_i)\Delta y_i}{\tilde{F}_i(y_i)} \quad (4)$$

と表せる。すなわち、ハザード関数 $\lambda_i(y_i)$ は、初期時刻から時間 y_i が経過するまで健全度 i の状態が継続したという条件の下で、期間 $[y_i, y_i + \Delta y_i)$ 中に健全度 $i+1$ に進展する条件付き確率である。ハザード関数がサンプル時間軸上の時刻 y_i に依存せず、常に一定値 $\theta_i > 0$ ($i =$

$1, \dots, J-1$)をとる場合、指数ハザード関数

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \quad (5)$$

が成立する。指数ハザード関数を用いることにより、劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現できる。さらに、指数ハザード関数を用いれば、健全度 i の寿命が y_i 以上となる確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ は、

$$\tilde{F}_i(y_i) = \exp(-\theta_i y_i) \quad (6)$$

と表現できる。

さらに、サンプル時間軸上の τ_A で、健全度が i であり、かつ時刻 τ_A から追加的に $z_i(\geq 0)$ 以上にわたって健全度 i が継続する確率 $\tilde{F}_i(\tau_A + z_i | \zeta_i \geq \tau_A)$ は、

$$\begin{aligned} \tilde{F}_i(\tau_A + z_i | \zeta_i \geq \tau_A) &= \text{Prob}\{\zeta_i \geq \tau_A + z_i | \zeta_i \geq \tau_A\} \\ &= \frac{\exp\{-\theta_i(\tau_A + z_i)\}}{\exp(-\theta_i\tau_A)} = \exp(-\theta_i z_i) \end{aligned} \quad (7)$$

と表される。すなわち、測定時刻 τ_A において健全度が i と測定され、次の測定時刻 $\tau_B = \tau_A + z$ においても健全度が i と測定される確率は、

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = i | h(\tau_A) = i] = \exp(-\theta_i z) \quad (8)$$

となる。ただし、 z は2つの測定時刻の間隔を表す。確率 $\text{Prob}[h(\tau_B) = i | h(\tau_A) = i]$ はマルコフ推移確率 π_{ii} にほかならない。指数ハザードを用いた場合、推移確率 π_{ij} はハザード関数 θ_i と測定間隔 z のみに依存し、時刻 τ_A, τ_B に関する情報を用いなくとも推移確率を推定することが可能となる。以上の議論を拡張し、指数ハザード関数を用いて、測定時刻 τ_A と $\tau_B = \tau_A + z$ の間で健全度が i から j ($> i$)に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$ は、

$$\begin{aligned} \pi_{ij}(z) &= \text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] \\ &= \sum_{k=i}^j \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} \exp(-\theta_k z) \\ &\quad (i = 1, \dots, J-1; j = i+1, \dots, J) \end{aligned} \quad (9)$$

と表すことができる⁷⁾。ただし、表記上の規則として、

$$\begin{cases} \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} = 1 & (k = i \text{ の時}) \\ \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} = 1 & (k = j \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える。また、 π_{iJ} に関してはマルコフ推移確率の条件より次式が成立する。

$$\pi_{iJ}(z) = 1 - \sum_{j=i}^{J-1} \pi_{ij}(z) \quad (i = 1, \dots, J-1) \quad (10)$$

(3) 供用性曲線の導出

道路舗装の劣化特性は、舗装の材質、環境条件、交通条件等の道路特性に依存して変化する。また、舗装マネジメントの立場からは、マルコフ推移行列を求めただけでなく、平均的な劣化過程を表す供用性曲線が必要となる場合も多い。そこで、多段階指数ハザードモデルを用いて、道路特性別に供用性曲線を求める方

法を提案しよう。いま、多段階指数ハザードモデルのハザード率 θ_i ($i = 1, \dots, J-1$)を道路特性 \mathbf{x} を用いて

$$\theta_i = \theta_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'_i \quad (11)$$

と表そう。ただし、 $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{iM})$ は未知パラメータ β_{im} ($m = 1, \dots, M$)による行ベクトルである。記号 $'$ は転置操作を表す。また、劣化推移確率はデータが観察された測定間隔 z にも依存する。このことを明示的に表すため推移確率 π_{ij} を目視測定による実測データ (z, \mathbf{x}) と未知パラメータ $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{J-1})$ の関数として $\pi_{ij}(z, \mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})$ と表そう。さらに、ハザード率 $\theta_i(\mathbf{x})$ を用いた生存関数を $\tilde{F}_i(y_i|\theta_i(\mathbf{x}))$ と表記する。生存関数 $\tilde{F}_i(y_i|\theta_i(\mathbf{x}))$ が式(6)で表されることに留意すれば、道路特性 \mathbf{x} の舗装が、健全度 i にはじめて到達した時点から、劣化が進展して次の健全度に進むまでの期待期間長(以下、健全度期待寿命と呼ぶ) $RMD_i(\mathbf{x})$ ($i = 1, \dots, J-1$)は、

$$\begin{aligned} RMD_i(\mathbf{x}) &= \int_0^\infty \tilde{F}_i(y_i|\theta_i(\mathbf{x})) dy_i \\ &= \int_0^\infty \exp\{-\theta_i(\mathbf{x})y_i\} dy_i = \frac{1}{\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'_i} \quad (12) \end{aligned}$$

と表される。道路舗装の補修直後の健全度を $i = 1$ としよう。この時、初期時点の健全度 $i = 1$ の状態から劣化が進行し、健全度が j (> 1)に推移するまでに要する経過時間の期待値 $ET_j(\mathbf{x})$ ($j = 2, \dots, J$)は、

$$ET_j(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^j \frac{1}{\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'_i} \quad (13)$$

と表される。 $ET_j(\mathbf{x})$ ($j = 2, \dots, J$)は、舗装を補修した直近の時刻から健全度 j に到達するまでの平均的な経過時間を表す。本研究では、健全度 j ($j = 1, \dots, J$)と平均的な経過時間 $ET_j(\mathbf{x})$ の関係を供用性曲線と呼ぶ。式(13)で定義する供用性曲線は、不確実な劣化過程の中で平均的な進行パターン(期待値パス)を表している。

4. サンプル欠損を考慮した推定方法

(1) サンプル欠損バイアス

路面性状測定データには補修に起因するサンプル欠損の問題があるため、通常の最尤推定法を用いてパラメータ $\boldsymbol{\beta}$ を推定するとサンプル欠損バイアスが発生する。したがって、サンプル欠損バイアスの効果を補正した修正対数尤度関数を定式化する必要がある。いま、時刻 τ_0 に舗装を補修し、以下、時刻 τ_1, τ_2, \dots に健全度が測定されると考えよう。ここで、連続する2つの測定時刻 τ_t, τ_{t+1} ($t = 0, 1, \dots$)をとりあげ、それぞれを τ_A, τ_B と表そう。時刻 τ_A に観測された健全度を i ($i = 1, \dots, J-1$)と表そう。さらに、時刻 τ_B に健全度 j ($j \geq i$)が観測される。しかし、時刻 τ_A と τ_B の間に補修が実施されれば、その時点で舗装の健全度は1までに回復する。この

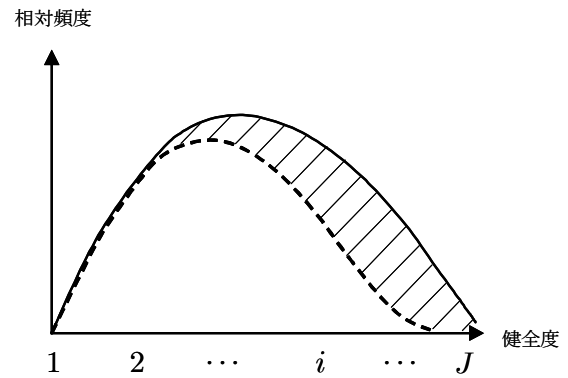


図-3 理論的健全度分布

時、仮に補修を実施しない場合に時刻 τ_B に観測されるであろう健全度 j に関するデータは獲得できない。このように補修が実施される場合、劣化が相対的に進展した舗装に関する実測サンプルが欠損することになる。いま、すべてのサンプルが補修が実施されずに時刻 τ_B まで経過した場合を想定しよう。この時、時刻 τ_B で観測される健全度の頻度分布を図-3の実線のように表そう。以下、補修を実施しない場合に時刻 τ_B に観測される健全度の頻度分布を理論的健全度分布と呼ぶこととする。次に、時刻 τ_A から τ_B までの間にいくつかのサンプルに対して補修が実施され、該当するサンプルが欠落する場合を考えよう。この時、時刻 τ_B まで補修が実施されずに生き残ったサンプルのみに着目し、その健全度の頻度分布を求めた結果を図-3の破線で示している。したがって、図中の斜線で示した領域が時刻 τ_A から τ_B までの間に、補修により欠損したサンプルに対応している。サンプル欠損バイアスに対処するためには、時刻 τ_B に観測される健全度の頻度分布に関する情報が必要となる。しかし、補修が実施された時、理論的健全度分布を観測することが不可能である。したがって、劣化予測モデルの推計の際に、理論的健全度分布も同時に推計するような方法論を開発することが必要となる。以下、4.(2)で、まずサンプル欠損が存在しない完全なデータに基づいて多段階指数ハザードモデルを推計する方法を示す。その上で、4.(3)と4.(4)において、サンプル欠損が存在する場合のモデルの推計法について考察する。4.(5)で若干の補足事項について説明する。

(2) 完全サンプルを用いた最尤推定法

観測対象のすべての道路区間に対して、補修が実施されず、健全度が J になるまで放置されるような実測サンプルが入手可能である場合を想定しよう。あるいは、補修が実施される直前の健全度に関する情報が入手可能な

表-1 完全サンプルの発生メカニズム

事後健全度					相対頻度分布
1	...	j	...	J	
$f(1, 1, z_1, \mathbf{x}_1 : \beta)$...	$f(1, j, z_1, \mathbf{x}_1 : \beta)$...	$f(1, J, z_1, \mathbf{x}_1 : \beta)$	$\mu(1, z_1, \mathbf{x}_1)$
\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
$f(i, 1, z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$...	$f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$...	$f(i, J, z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$	$\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)$
\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
$f(J-1, 1, z_N, \mathbf{x}_L : \beta)$...	$f(J-1, j, z_N, \mathbf{x}_L : \beta)$...	$f(J-1, J, z_N, \mathbf{x}_L : \beta)$	$\mu(J-1, z_N, \mathbf{x}_L)$
$Q(1 : \beta)$...	$Q(j : \beta)$...	$Q(J : \beta)$	-

注) $Q(j : \beta) = \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l) \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)$ は事後健全度 j が観測される無条件確率を表し、 $Q(j : \beta) = \sum_{i=1}^{J-1} \bar{Q}(j|i : \beta) \mu(i)$ が成立する。 $\bar{Q}(j|i : \beta)$ は式 (20) を参照のこと。

場合と考えることもできる。このような場合に獲得されるサンプルを、サンプル欠損が存在しないという意味で完全サンプルと呼ぶ。道路区間 k ($k = 1, \dots, K$) に対して、時刻 τ_A^k に健全度 $h(\tau_A^k) = i^k$ が、時刻 $\tau_B^k = \tau_A^k + z^k$ に健全度 $h(\tau_B^k) = j^k$ が観測されたと考える。ここに、 z^k は時刻 τ_A^k から時刻 τ_B^k までの期間長であり、測定間隔を表す。また、期間 $[\tau_A^k, \tau_B^k]$ を観測期間、時刻 τ_A^k に観測された健全度を事前健全度、時刻 τ_B^k に観測された健全度を事後健全度と呼ぶこととする。さらに、道路舗装の劣化速度に影響を及ぼす舗装材質や使用環境を表す道路特性を $\mathbf{x}^k = (x_1^k, \dots, x_M^k)$ と表す。いま、すべての道路区間とすべての隣接する測定時刻 τ_A^k, τ_B^k のペアの集合に対して、舗装の健全度 $h(\tau_A^k), h(\tau_B^k)$ と道路特性 \mathbf{x} に関する合計 K 個の実測サンプルが獲得できたと考える。実測サンプル k の情報を $\bar{\xi}^k = (\bar{h}(\tau_A^k), \bar{h}(\tau_B^k), \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k)$ ($k = 1, \dots, K$) と表そう。記号「 $\bar{\quad}$ 」は実測値であることを示す。また、健全度の観測値を $\bar{h}(\tau_A^k) = \bar{i}^k, \bar{h}(\tau_B^k) = \bar{j}^k$ と記述する。

測定間隔 z と道路特性 \mathbf{x} を、それぞれ N, L 個の離散的なカテゴリ z_n, \mathbf{x}_l に分割しよう。その上で、各サンプル属性 (i, z_n, \mathbf{x}_l) ($i = 1, \dots, J-1; n = 1, \dots, N; l = 1, \dots, L$) が出現する相対頻度を $\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)$ と表す。一方、サンプル母集団からサンプル $(i, j, z_n, \mathbf{x}_l)$ が抽出される同時確率 (尤度) を $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$ と表そう。ただし、 β は、未知パラメータである。このような完全サンプルの発生メカニズムを表-1に整理している。同表の各列は観測期間の最終時刻に観測される事後健全度に対応している。最終列はサンプル属性 (i, z_n, \mathbf{x}_l) が観測される相対頻度分布 $\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)$ である。相対頻度分布は、舗装データベースから観測可能であり、既知関数である。また、同表の最下行は、母集団から事後健全度 j が観測される確率 $Q(j : \beta)$ を表している。表中の各セルは同時確率 (尤度) $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$ を表している。いま、各実測サンプルがそれぞれ確率 $f(\bar{i}^k, \bar{j}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \beta)$ に基づいてランダム抽出されると考えよう。この時、 K 個の実測サンプルが同時に観測される同時確率 (尤度

関数) $\mathcal{L}(\bar{\xi}, \beta)$ は、尤度の積として、

$$\mathcal{L}(\bar{\xi}, \beta) = \prod_{k=1}^K f(\bar{i}^k, \bar{j}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \beta) \quad (14)$$

と表される。

次に、道路特性が \mathbf{x}_l で表される道路区間の舗装が、時刻 τ_A に健全度 $h(\tau_A) = i$ であり、かつ時刻 $\tau_B = \tau_A + z_n$ に健全度 $h(\tau_B) = j$ ($j \geq i$) となる条件付き確率を $P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$ と表そう。この条件付き確率密度関数はマルコフ推移確率を用いて、

$$P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l : \beta) = \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l : \beta) \quad (15)$$

と表せる。ここに、 $\pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$ は時刻 τ_A に健全度 i の状態から、時刻 τ_B までの間に健全度 j に推移するマルコフ推移確率を表す。この時、サンプル $(i, j, z_n, \mathbf{x}_l)$ の同時確率 $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$ は、

$$f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \beta) = P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l : \beta) \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l) \quad (16)$$

と表せる。式 (16) を尤度関数 (14) に代入し対数変換をすれば、対数尤度関数 $\ln \mathcal{L}(\bar{\xi}, \beta)$ を、

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\bar{\xi}, \beta) &= \sum_{k=1}^K \left\{ \ln P(\bar{j}^k | \bar{i}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \beta) \right. \\ &\quad \left. + \ln \mu(\bar{i}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k) \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

と表せる。 $\mu(\bar{i}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k)$ は既知であり、右辺第2項は定数項となる。そこで、第2項を無視しよう。式 (15) を考慮すれば、対数尤度関数 $\ln \mathcal{L}(\bar{\xi}, \beta)$ は、

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\bar{\xi}, \beta) &= \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln [\pi_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \beta)] \end{aligned} \quad (18)$$

となる。ただし、 δ_{ij}^k ($i = 1, \dots, J-1; j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K$) はダミー変数であり、

$$\delta_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \bar{h}(\tau_A^k) = \bar{i}, \bar{h}(\tau_B^k) = \bar{j} \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (19)$$

と定義できる。すなわち、式 (18) は最尤推定法を用いて多段階指数ハザードモデルを推計する場合に用いる対数尤度関数⁷⁾に一致する。

(3) サンプル欠損を考慮した最尤推定法

補修が実施されることにより、サンプル欠損が発生しているようなデータセットを考えよう。さらに、前回の点検時点から今回の点検時点までに、補修が実施された道路区間に関する情報が入手可能であると考え。K個の道路区間の中から、補修が実施された区間を除く合計 \bar{K} 個の道路区間のみをサンプルとして抽出する。さらに、 \bar{K} 個のサンプルを順次並べ換え、そのサンプル番号を $k = 1, \dots, \bar{K}$ と書き換えたデータベースを作成しよう。

事前健全度が i であるサンプルの中で、劣化の進捗が早いサンプルに対して補修が実施される確率が大きくなると考え、事後健全度 j と対応してサンプル欠損率が決定されるようなサンプル欠損メカニズムを取り上げる。以下、本節で取り上げるサンプル欠損メカニズムをベンチマークケースと呼ぶ。いま、サンプル集合 Ω を健全度ペア (i, j) ($i \leq j$)に着目して $(J-1)(J+2)/2$ 個の排他的なサンプル部分集合 Ω_{ij} ($j = i, \dots, J; i = 1, \dots, J-1$)に分割する。すなわち、 $\Omega_{ij} \cap \Omega_{i'j'} = \phi$ ($(ij) \neq (i'j')$)であり、サンプル集合は $\Omega = \cup_{i=1}^{J-1} \cup_{j=i}^J \Omega_{ij}$ と表現できる。 ϕ は空集合を表す。その上で、各サンプル部分集合内で、サンプル欠損率が一定であると考え。事後健全度に関する情報が存在するサンプルに関しては、当該のサンプルがどのサンプル部分集合に属するかを識別することができる。観測期間中に予防補修が実施されているサンプルは、どのサンプル部分集合にも属さず、当該サンプルは欠損することになる。

サンプル部分集合 Ω_{ij} のそれぞれに対して、状態変数 (z_n, \mathbf{x}_l) が同時に生起する同時生起確率を $Q(z_n, \mathbf{x}_l | i, j)$ と表そう。このような同時生起確率は、各サンプル部分集合ごとに定義される。言い換えれば、サンプル部分集合ごとにサンプル発生メカニズムが異なる。測定結果により得られたサンプルの内、サンプル部分集合 Ω_{ij} に属するサンプル数を N_{ij} と表そう。この時、実測サンプル $\xi = (\xi^1, \dots, \xi^{\bar{K}})$ は、各サンプル部分集合 Ω_{ij} から、それぞれ N_{ij} 個ずつランダムに抽出されたランダムサンプルと考えることができる。ただし、 $\sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J N_{ij} = \bar{K}$ である。サンプル欠損が存在するため、 N_{ij} の総和は道路区間総数 K でなく、補修が実施された道路区間を除いたサンプル数 \bar{K} に一致する。さらに、各サンプル部分集合ごとにサンプル抽出率が異なることになる。時刻 τ_B における理論的健全度分布は、事前健全度 i に依存して変化する。事前健全度 i 、測定間隔 z_n と道路特性 \mathbf{x}_l を与件とした事後健全度分布に関する条件付き確率密度関数 $\tilde{P}(j | i, z_n, \mathbf{x}_l : \beta) = \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$ を用いれば、時刻 $\tau_B = \tau_A + z_n$ における理論的健全度分布は、

$$\tilde{Q}(j | i : \beta) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L \tilde{P}(j | i, z_n, \mathbf{x}_l : \beta) \nu(z_n, \mathbf{x}_l | i)$$

$$(i = 1, \dots, J-1; j = 1, \dots, J) \quad (20)$$

と表される。 $\nu(z_n, \mathbf{x}_l | i)$ は事前健全度が i であるサンプルの測定間隔 z_n と道路特性 \mathbf{x}_l に関する周辺分布

$$\nu(z_n, \mathbf{x}_l | i) = \frac{\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{\sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)} \quad (21)$$

であり既知関数である。この時、同時確率 $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \beta)$ は次式で表される。

$$f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \beta) = \tilde{Q}(j | i : \beta) Q(z_n, \mathbf{x}_l | i, j : \beta) \mu(i) \quad (22)$$

ただし、 $\mu(i)$ は事前健全度 i の相対頻度分布を表す。式(16),(22)を考慮すれば次式が成立する。

$$Q(z_n, \mathbf{x}_l | i, j : \beta) = \frac{P(j | i, z_n, \mathbf{x}_l : \beta) \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{\tilde{Q}(j | i : \beta) \mu(i)} \quad (23)$$

条件付き同時確率 $Q(z_n, \mathbf{x}_l | i, j : \beta)$ は、サンプル部分集合 Ω_{ij} から、実測サンプル $(i, j, z_n, \mathbf{x}_l)$ がランダム抽出される確率を表している。条件付き同時確率 $Q(z_n, \mathbf{x}_l | i, j : \beta)$ を用いることにより、サンプル欠損バイアスを補正した修正対数尤度関数を定義することができる。ここで、理論的健全度分布(20)に含まれる測定間隔 z_n と道路特性 \mathbf{x}_l に関する周辺分布 $\nu(z_n, \mathbf{x}_l | i)$ を、質点 (i, z_n, \mathbf{x}_l) に対して付与される経験的重み $w_{n,l|i}$

$$w_{n,l|i} = \frac{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i, z^k = z_n \text{ and } \mathbf{x}^k = \mathbf{x}_l\}}{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i\}} \quad (24)$$

を用いて表現しよう。経験的重み(24)は、周辺分布 $\nu(z_n, \mathbf{x}_l | i)$ を最尤推定量であることが保証される¹⁰⁾。ここに、 $\#\{k | B\}$ は条件 B が成立するサンプル数を意味する。ただし、 i^k, z^k, \mathbf{x}^k は、サンプル集合 $\Omega_i = \cup_{j=i}^J \Omega_{ij}$ に属するサンプルを対象としていることを断っておく。この時、理論的健全度分布 $\tilde{Q}(j | i : \beta)$ は、

$$\tilde{Q}(j | i : \beta) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L w_{n,l|i} \pi_{ij}(\bar{z}_n, \bar{\mathbf{x}}_l : \beta) \quad (25)$$

と表すことができる。

次に、サンプル部分集合 Ω_{ij} から確率(23)に従って実測サンプルがランダム抽出されると考えよう。この時、測定データ $\bar{\xi} = (\bar{\xi}_1, \dots, \bar{\xi}_{\bar{K}})$ に対して、サンプル欠損バイアスを補正した修正対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} \ln \tilde{\mathcal{L}}(\bar{\xi}, \beta) &= \sum_{k=1}^{\bar{K}} \left\{ \ln P(j^k | i^k, z^k, \mathbf{x}^k : \beta) \right. \\ &\quad \left. + \ln \mu(i^k, z^k, \mathbf{x}^k) \right\} \\ &\quad - \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J N_{ij} \left\{ \ln \tilde{Q}(j | i : \beta) + \ln \mu(i) \right\} \quad (26) \end{aligned}$$

と定義される。ただし、 N_{ij} はサンプル部分集合 Ω_{ij} に属する実測サンプル数を表す。修正対数尤度関数(26)

の右辺第2項と第4項は定数項であり無視できる。さらに、式(15),(20),(24)を用いれば、修正対数尤度関数は、

$$\ln \tilde{\mathcal{L}}(\bar{\xi}, \beta) = \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \left\{ \sum_{k=1}^{\bar{K}} \delta_{ij}^k \ln \pi_{ij}(z^k, \bar{x}^k; \beta) - N_{ij} \ln \tilde{Q}(j|i; \beta) \right\} \quad (27)$$

と定式化できる。ここで、サンプル欠損を補正した尤度 $\tilde{\pi}_{ij}(z^k, \bar{x}^k; \beta)$ を、

$$\tilde{\pi}_{ij}(z^k, \bar{x}^k; \beta) = \frac{H_{j|i}}{Q_{j|i}} \pi_{ij}(z^k, \bar{x}^k; \beta) \quad (28)$$

と表そう。ただし、

$$H_{j|i} = \frac{N_{ij}}{\sum_{j=i}^J N_{ij}} \quad (29a)$$

$$\tilde{Q}_{j|i} = \tilde{Q}(j|i; \beta) \quad (29b)$$

である。 $H_{j|i}$ は、サンプル欠損後のサンプル数 N_{ij} を用いて定義されるため、理論的健全度 $\tilde{Q}_{j|i}$ と一致しない。この時、修正対数尤度関数(27)は、

$$\ln \tilde{\mathcal{L}}(\bar{\xi}, \beta) = \sum_{k=1}^{\bar{K}} \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln [\tilde{\pi}_{ij}(z^k, \bar{x}^k; \beta)] \quad (30)$$

と表すことができる。式(28)に示すように、サンプル欠損を補正した尤度 $\tilde{\pi}_{ij}(z^k, \bar{x}^k; \beta)$ は、完全サンプルが得られた場合の尤度 $\pi_{ij}(z^k, \bar{x}^k; \beta)$ に補正係数 $H_{j|i}/\tilde{Q}_{j|i}$ を乗じることにより求まる。補正係数の分子は、事前健全度が i となる実測サンプルの中で、期末に健全度 j に推移した実測サンプルの割合を示す観測健全度分布を表す。一方、分母は劣化予測モデル(マルコフ推移確率)を用いて予測した理論的健全度分布である。これにより、理論的健全度分布 $Q_{j|i}$ が大きい健全度 j から抽出されたサンプルには相対的に小さい補正係数が、逆に小さい健全度から得られた実測サンプルには相対的に大きい補正係数が採用されることになる。

修正対数尤度関数(27)を最大にするようなパラメータ β の最尤推定値は、

$$\frac{\partial \ln[\tilde{\mathcal{L}}(\bar{\xi}, \hat{\beta})]}{\partial \beta_{im}} = 0, \quad (31)$$

$$(i = 1, \dots, J-1; m = 1, \dots, M)$$

を同時に満足するような $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_{11}, \dots, \hat{\beta}_{(J-1)M})$ として与えられる。修正対数尤度関数の最大化問題は、サンプル属性空間が離散的有限空間となっており、古典的な最尤推定問題となっている¹⁰⁾。このため、修正対数尤度関数を用いた最尤推定法により、パラメータの一致推定量を得ることができる。さらに、最適化条件(27)は $(J-1)M$ 次の連立非線形方程式であり、Newton法を基本とする逐次反復法¹⁸⁾を用いて解くことができる。パラメータの漸近的な共分散行列の推定値 $\hat{\Sigma}(\hat{\beta})$ は、

$$\hat{\Sigma}(\hat{\beta}) = \left[\frac{\partial^2 \ln \{\tilde{\mathcal{L}}(\bar{\xi}, \hat{\beta})\}}{\partial \beta \partial \beta'} \right]^{-1} \quad (32)$$

と表すことができる。ただし、上式の右辺の逆行列は $\partial^2 \ln \{\mathcal{L}(\bar{\xi}, \hat{\beta})\} / \partial \beta_{i,m} \partial \beta_{i',m'}$ を要素とする $(J-1)M \times (J-1)M$ 次の Fisher 情報行列の逆行列である。共分散行列の推定値 $\hat{\Sigma}(\hat{\beta})$ を用いて t -検定統計量を算定することができる。

(4) 代替的補正方法を用いた最尤推定法

以上では、事後健全度のみを用いてサンプル欠損を補正する方法を提案した。以下では、サンプル欠損が発生するメカニズムに関する追加的な情報を利用するような代替的な補正方法を提案しよう。まず、補修があるルールに従って実施される場合を考える。

例えば、舗装の路面性状がある健全度(管理水準)に到達すれば、補修が実施されるような補修ルールに着目しよう。この場合、欠損したサンプルの健全度を、補修ルールを用いて特定化できる。現実的には、健全度がある管理水準に到達する前に補修される場合も少なくない。

本研究では、追加的な情報として、1) 道路特性 \mathbf{x}_l を用いた場合(ケースA)、2) 測定間隔 z_n を用いる場合(ケースB)を取り上げよう。ケースAは、道路特性と補修ルールの間に相関関係が高い場合に有効である。例えば、交通量が多く、損傷が進行する前に補修することが好ましいような路線では、健全度が比較的良好な場合においても、サンプルが欠損するケースが多くなる。ケースBは測定間隔が長くなれば、その間に劣化が進展しサンプルが欠損する可能性が大きくなることを想定している。

なお、サンプル欠損が道路特性や測定間隔(あるいは、その両方のみ)に依存して発生する(事後健全度 j に依存しない)場合は、通常の層別サンプリングに該当する。この場合、各サンプル属性を持つサンプル母集団から、サンプルがランダム抽出されており、システマ的なサンプル欠損バイアスは発生しない。また、サンプル欠損が事後健全度、道路特性、測定間隔のすべてに依存する場合には尤度関数を定義できず、モデルを推計することが不可能である。

a) サンプル部分集合 Ω_{ijl} の場合(ケースA)

サンプル欠損が事後健全度と道路特性に依存する場合を取り上げる。サンプル集合を健全度ペア (i, j) と道路特性 \mathbf{x}_l に着目して $(J-1)JL$ 個のサンプル部分集合 Ω_{ijl} に分割する。サンプル部分集合 Ω_{ijl} に属する実測サンプル数を N_{ijl} と表そう。サンプル部分集合 Ω_{ijl} のそれぞれに対して、状態変数 z_n が生起する確率 $Q(z_n|i, j, \mathbf{x}_l)$ を定義する。事前健全度 i 、測定間隔 z_n と道路特性 \mathbf{x}_l を与件とした事後健全度の条件付き確率 $\tilde{P}(j|i, z_n, \mathbf{x}_l; \beta) = \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l; \beta)$ を用いれば、時刻 τ_B における (i, \mathbf{x}_l) を与

件とする j の理論的健全度分布は,

$$\tilde{Q}_A(j|i, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) = \sum_{n=1}^N P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) \nu(z_n|i, \mathbf{x}_l) \quad (33)$$

$(i = 1, \dots, J-1; j = i, \dots, J)$

と表される. $\nu(z_n|i, \mathbf{x}_l)$ は事前健全度が i , 道路特性, \mathbf{x}_l であるサンプルの測定間隔 z_n に関する周辺分布

$$\nu(z_n|i, \mathbf{x}_l) = \frac{\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{\sum_{n=1}^N \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)} \quad (34)$$

であり既知関数である. 同時確率 $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta})$ が,

$$f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) = \tilde{Q}_A(j|i, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) Q_A(z_n|i, j, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) \mu(i, \mathbf{x}_l) \quad (35)$$

と表されることより次式が成立する.

$$Q_A(z_n|i, j, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) = \frac{P(j|i, z_n : \boldsymbol{\beta}) \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{\tilde{Q}_A(j|i, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) \mu(i, \mathbf{x}_l)} \quad (36)$$

条件付き同時確率 $Q_A(z_n|i, j, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta})$ は, 各サンプル部分集合 Ω_{ijl} から, サンプル $(i, j, z_n, \mathbf{x}_l)$ がランダム抽出される確率を表している. 理論的健全度分布に含まれる測定間隔 z_n に関する周辺分布 $\nu(z_n|i, \mathbf{x}_l)$ を, 質点 (i, z_n, \mathbf{x}_l) に対して付与される経験的重み $w_{n|il}$

$$w_{n|il} = \frac{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i, z^k = z_n \text{ and } \mathbf{x}^k = \mathbf{x}_l\}}{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i \text{ and } \mathbf{x}^k = \mathbf{x}_l\}} \quad (37)$$

を用いて表現しよう. ただし, i^k, z^k, \mathbf{x}^k は, サンプル集合 $\Omega_i = \cup_{j=i}^J \Omega_{ij}$ に属するサンプルを対象としている. この時, 理論的健全度分布 $\tilde{Q}_A(j|i, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta})$ は,

$$\tilde{Q}_A(j|i, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) = \sum_{n=1}^N w_{n|il} \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) \quad (38)$$

と表すことができる. サンプル部分集合 Ω_{ijl} から確率 (36) に従って実測サンプルがランダム抽出される時, サンプル欠損バイアスを補正した修正対数尤度関数は,

$$\ln \tilde{\mathcal{L}}_A(\tilde{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln [\tilde{\pi}_{ij}^A(z^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta})] \quad (39)$$

と表すことができる. ただし, $\tilde{\pi}_{ij}^A(z^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta})$ は, サンプル欠損を補正した尤度であり,

$$\tilde{\pi}_{ij}^A(z^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta}) = \frac{H_{j|il}}{\tilde{Q}_{j|il}} \pi_{ij}(z^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta}) \quad (40)$$

と表せる. ただし,

$$H_{j|il} = \frac{N_{ijl}}{\sum_{j=i}^J N_{ijl}} \quad (41a)$$

$$\tilde{Q}_{j|il} = \tilde{Q}_A(j|i, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) \quad (41b)$$

である.

b) サンプル部分集合 Ω_{ijn} の場合 (ケース B)

サンプル欠損が事後健全度と測定間隔に依存する場合に着目する. サンプル集合を健全度ペア (i, j) と測定間隔 z_n に着目して $(J-1)JN$ 個のサンプル部分集合 Ω_{ijn} に分割する. サンプル部分集合 Ω_{ijn} に属する実測サンプル数を N_{ijn} と表そう. 時刻 T_B におけるサンプル属性 (i, z_n) を与件とする j の理論的健全度分布は,

$$\tilde{Q}_B(j|i, z_n : \boldsymbol{\beta}) = \sum_{l=1}^L P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) \nu(\mathbf{x}_l|i, z_n) \quad (42)$$

$(i = 1, \dots, J-1; j = 1, \dots, J)$

と表される. $\nu(\mathbf{x}_l|i, z_n)$ は事前健全度が i , 測定間隔が z_n であるサンプルの道路特性 \mathbf{x}_l に関する周辺分布

$$\nu(\mathbf{x}_l|i, z_n) = \frac{\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{\sum_{l=1}^L \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)} \quad (43)$$

である. 同時確率 $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta})$ は,

$$f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) = \tilde{Q}_B(j|i, z_n : \boldsymbol{\beta}) Q_B(\mathbf{x}_l|i, j, z_n : \boldsymbol{\beta}) \mu(i, z_n) \quad (44)$$

と表される. 式 (16) と式 (44) より,

$$Q_B(\mathbf{x}_l|i, j, z_n : \boldsymbol{\beta}) = \frac{P(j|i, z_n : \boldsymbol{\beta}) \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{\tilde{Q}_B(j|i, z_n : \boldsymbol{\beta}) \mu(i, z_n)} \quad (45)$$

を得る. 条件付き同時確率 $Q_B(\mathbf{x}_l|i, j, z_n : \boldsymbol{\beta})$ は, 各サンプル部分集合 Ω_{ijn} から, サンプル $(i, j, z_n, \mathbf{x}_l)$ がランダム抽出される確率である. 周辺分布 $\nu(\mathbf{x}_l|i, z_n)$ を, 経験的重み $w_{l|in}$

$$w_{l|in} = \frac{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i, z^k = z_n \text{ and } \mathbf{x}^k = \mathbf{x}_l\}}{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i \text{ and } \mathbf{x}^k = \mathbf{x}_l\}} \quad (46)$$

で表そう. ただし, i^k, z^k, \mathbf{x}^k は, サンプル集合 $\Omega_i = \cup_{j=i}^J \Omega_{ij}$ に属するサンプルを対象としている. 理論的健全度分布 $\tilde{Q}_B(j|i, z_n : \boldsymbol{\beta})$ は,

$$\tilde{Q}_B(j|i, z_n : \boldsymbol{\beta}) = \sum_{l=1}^L w_{l|in} \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l : \boldsymbol{\beta}) \quad (47)$$

と表すことができる. サンプル部分集合 Ω_{ijn} から確率 (45) に従って実測サンプルがランダム抽出される時, サンプル欠損バイアスを補正した修正対数尤度関数は,

$$\ln \tilde{\mathcal{L}}_B(\tilde{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln [\tilde{\pi}_{ij}^B(z^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta})] \quad (48)$$

と表すことができる. ただし, サンプル欠損を補正した尤度 $\tilde{\pi}_{ij}^B(z^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta})$ は,

$$\tilde{\pi}_{ij}^B(z^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta}) = \frac{H_{j|in}}{\tilde{Q}_{j|in}} \pi_{ij}(z^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta}) \quad (49)$$

と表そう. ただし,

$$H_{j|in} = \frac{N_{ijn}}{\sum_{j=i}^J N_{ijn}} \quad (50a)$$

$$\tilde{Q}_{j|in} = \tilde{Q}_B(j|i, z_n : \boldsymbol{\beta}) \quad (50b)$$

表-2 サンプル欠損を考慮した修正最尤推定法

	ベンチマークケース	ケースA	ケースB
サンプル部分集合	Ω_{ij}	Ω_{ijl}	Ω_{ijn}
修正対数尤度関数	$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln[\tilde{\pi}_{ij}]$	$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln[\tilde{\pi}_{ij}^A]$	$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \delta_{ij}^k \ln[\tilde{\pi}_{ij}^B]$
尤度	$\tilde{\Pi}_{ij} = \frac{H_{j i}}{\tilde{Q}_{j i}} \pi_{ij}(\bar{z}_n, \bar{x}_l)$	$\tilde{\pi}_{ij}^A = \frac{H_{j il}}{\tilde{Q}_{j il}} \pi_{ij}(\bar{z}_n, \bar{x}_l)$	$\tilde{\pi}_{ij}^B = \frac{H_{j in}}{\tilde{Q}_{j in}} \pi_{ij}(\bar{z}_n, \bar{x}_l)$
観測健全度分布	$H_{j i} = \sum_{j=i}^J \frac{N_{ij}}{N_{ij}}$	$H_{j il} = \sum_{j=i}^J \frac{N_{ijl}}{N_{ijl}}$	$H_{j in} = \sum_{j=i}^J \frac{N_{ijn}}{N_{ijn}}$
理論的健全度分布	$\tilde{Q}_{j i} = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L w_{nl i} \pi_{ij}(\bar{z}_n, \bar{x}_l)$	$\tilde{Q}_{j il} = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L w_{nl il} \pi_{ij}(\bar{z}_n, \bar{x}_l)$	$\tilde{Q}_{j in} = \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N w_{ln in} \pi_{ij}(\bar{z}_n, \bar{x}_l)$

である。以上の3つのケースにおける尤度関数の補正方法を表-2に一括して整理している。

(5) 補足説明

本研究で提案した方法により、補修によるサンプル欠損により発生するシステムの推計バイアスを除去できる。サンプル欠損バイアスは、パラメータ推定に用いる実測サンプルが、ランダム抽出されないことに起因して発生する。そこで、対象とするサンプル集合を測定間隔と事前健全度に着目して複数のサンプル部分集合に分割するとともに、各サンプル部分集合から実測サンプルをランダム抽出できるようなデータ発生メカニズムを構成することによりサンプル欠損バイアスを除去できる。この方法により、モデルの系統的な推定バイアスを補正することが可能である。しかし、補修により実測サンプル数が減少した結果、最尤推定法による推定精度が低下する問題は解決できない。したがって、データ数が極端に少ない健全度間のマルコフ推移確率に関しては、モデルの推定精度が十分でない可能性があることを否定できない。モデルの適用にあたっては、モデルの適用範囲をあらかじめ評価しておくことが不可欠である。

サンプル欠損は、舗装の劣化現象を通じて生じたものではなく、人為的な補修ルールにより発生したものである。そのため、サンプル欠損確率を統計的に推定することは困難である。もちろん、観測期間中に、補修が実施された場合でも、補修の直前の健全度を観測することにより、初期測定時刻から予防補修の実施時刻までの劣化状態の推移に関する情報が獲得できれば、通常的最尤法を用いてモデルを推定することができる。しかし、補修直前の健全度に関する情報が入手できない場合には、サンプル欠損が発生するメカニズムをモデル化することが必要となる。

本研究では3つの代替的なサンプル欠損メカニズムを提案した。将来、舗装アセットマネジメントが普及し、サンプル欠損が舗装補修ルールに従って系統的に欠損する場合には、補修ルールを利用したサンプル欠損メカニズムをモデル化することが可能となる。このような推定法の拡張に関しては、今後の課題としたい。

なお、本研究では事前健全度に関するサンプル欠損に関しては言及していない。初期時点から、事前健全度を観測するまでの期間内に補修が実施され、事前健全度の観測結果自体が欠損している可能性がある。しかし、このような事前健全度に関するサンプル欠損はシステムの推計バイアスを発生させない(付録参照)。過去の補修時刻に関する情報が入手できる場合、補修時点から事前健全度が観測されるまでの期間までのサンプルをサンプル母集団に加えることにより、モデルの推計精度を向上させることができる。

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究で提案した舗装劣化予測モデルを中日本高速道路株式会社中央研究所が管理する関越自動車道の舗装データベースに適用し、道路舗装のわだち掘れ劣化予測を試みる。さらに、補修によるサンプル欠損が、わだち掘れ予測に及ぼす影響を分析する。分析対象とする区間は、関越自動車道の練馬IC~高崎ICまでの約100kmであり、当該区間は1971年に練馬~川越間(約21km)が開通して以降、1980年までに上下線で計4車線の高速道路として開通するとともに、1993~1995年にかけて上下線で計6車線にするための拡幅工事を実施した。また、わだち掘れの測定に関しては、1986年頃に高速測定車による測定技術を導入したことに伴い、現在に至るまで定期的な測定を実施している。本研究の実証分析で用いた管理データベースでは、1989年から2001年にかけて継続的に実施された路面性状調査による観測データが記載されている。これらのデータの中で、以下ではアスファルト舗装のわだち掘れ量の実測データを用いることとする。さらに、補修履歴データベースには、分析対象期間中に実施された道路舗装の補修に関する記録が蓄積されている。対象期間中に道路舗装の補修が実施された路面箇所に関しては、わだち掘れが解消されたものとして多段階指数ハザードモデル推定のためのワーキングデータベースを作成した。ワーキングデータベースでは、過去の2時点における路面調査におけるわだち掘れ量の観測値と測定間隔を

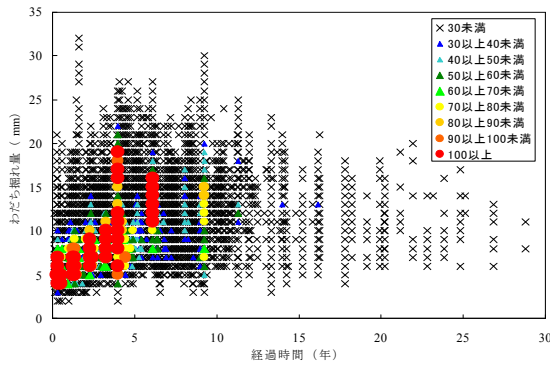


図-4 実測サンプルの分布

ランク	わだち掘れ量
1	5mm 未満
2	5mm 以上 10mm 未満
3	10mm 以上 15mm 未満
4	15mm 以上 20mm 未満
5	20mm 以上

セットとして1つの観測サンプルとして定義している。さらに、補修が実施された時点から次の路面調査までの観測データのセットも、1つの観測サンプルとしてワーキングデータベースに記録している。このようにして作成した総観測サンプル数は、合計34,130サンプルとなっている。図-4に、34,130個のサンプルに対して、直近の補修時刻からの経過時間と観測されたわだち掘れ量の関係を図示している。同図では、全サンプルを1mmピッチのわだち掘れ量実測値と直近の補修時刻からの経過時間に分類し、これらの組み合わせに対して該当するサンプル数を集計化している。この図に示すように、経過時間が6年以内のサンプル数は、比較的豊富に存在している。しかし、経過時間が6年以上になると急速にサンプル数が減少しており、経過時間が多くなるとサンプル欠損が増加する。また、経過時間に対して、健全度が多様に分布しており、経過時間と健全度の間に確定的な関係を見いだすことは困難である。

舗装のわだち掘れ量の実測データは連続値として記録されている。本研究で提案した劣化予測モデルを推定するためには、わだち掘れ量の連続値を離散的な健全度に置き換える必要がある。本研究では、わだち掘れに関する健全度を、表-3に示すような、5段階のレーティングに分類した。関越自動車道では、わだち掘れ量の管理基準値として20mmを採用し、実測値が20mmを超える場合に補修を行っており、健全度の最大レーティングであるランク5を20mm以上と設定し

健全度	1	2	3	4	5
1	1283	7265	3046	1224	411
2		9475	4087	211	10
3			4299	1814	175
4				602	203

た。なお、多段階指数ハザードに用いる観測サンプル数を、事前健全度と事後健全度に着目して整理した結果を表-4に示している。同表の各行は、事前健全度*i*に、各列は事後健全度*j*に対応している。各事前健全度に対して、劣化した事後健全度を有するサンプル数が少ない結果となっている。特に、健全度が2の場合、健全度4もしくは5へ推移するパターンが極度に少なくなっている。これより、予防補修によるサンプル欠損の可能性が読み取れる。さらに、各事前健全度に対応するサンプル数も、事前健全度が悪化するほどサンプル数が少なくなっている。

(2) 推定結果

以上のデータベースを用いて、舗装わだち掘れ量の劣化予測モデルを推定した。推定にあたっては、道路特性を表す説明変数として、車線区分、大型車交通量、構造特性等を説明変数の候補として取り上げた。これらの説明変数のうち、第1走行車線を表すダミー変数 x_{i1} のみが、最終的に有意な説明力を有する変数として採用された。なお、ダミー変数は $x_{i1} = 1$ の場合は第1走行車線を、 $x_{i1} = 0$ の場合は、それ以外の車線を表している。車線区分以外の変数は、有意な説明力を持たないため、説明変数として選ばれていない。本研究では、関越自動車道という単一の路線を対象としたわだち掘れ予測モデルを推計している。このため、舗装材料、施工時期等の説明変数は、モデル推計に用いる各サンプルを通じて同一の値をとっている。このため、これらの舗装特性は、モデルの説明変数として選ばれていない。このため、推計したわだち掘れ予測モデルは、分析対象とした関越自動車道にのみ適用可能であることは言うまでもない。今後、環境条件が異なる多数の路線にも適用可能なわだち掘れ予測モデルを開発するためには、本適用事例で採択されなかった変数を説明変数に加えたモデルを開発することが必要となる。

以上のデータに基づいて推定した多段階指数ハザードモデルのパラメータ推計値を、一括して表-5に示している。同表には、モデルの推計精度を表す尤度比、 t 値を示している。尤度比検定統計量 $\xi = -2\{\ln \mathcal{L}_0 - \ln \mathcal{L}\}$ が棄却域 $\xi \geq \chi^2_{(100-\alpha)}(4)$ に入れば、有意水準 $\alpha\%$ でモデルに説明力がないという帰無仮説を棄却できる。本適用事例では、すべてのケースにおいて有意水準99.5

表-5 推定結果

健全度	BM			ケース A			ケース B			補正なし		
	β_{i0}	β_{i1}	$E[\theta_i]$	β_{i0}	β_{i1}	$E[\theta_i]$	β_{i0}	β_{i1}	$E[\theta_i]$	β_{i0}	β_{i1}	$E[\theta_i]$
$i = 1$ (t 値)	2.378 (34.3)	0.725 (12.9)	2.903 -	1.459 (30.5)	4.427 (23.9)	2.900 -	1.289 (46.3)	1.030 (19.4)	1.752 -	1.140 (48.4)	1.177 (23.1)	2.901 -
$i = 2$ (t 値)	0.242 (46.6)	- -	0.242 -	0.277 (35.2)	- -	0.277 -	0.211 (90.1)	- -	0.211 -	0.212 (90.3)	- -	0.212 -
$i = 3$ (t 値)	0.546 (21.8)	- -	0.546 -	0.426 (14.6)	- -	0.426 -	0.179 (57.7)	- -	0.179 -	0.181 (58.1)	- -	0.181 -
$i = 4$ (t 値)	0.795 (16.4)	- -	0.795 -	0.809 (16.2)	- -	0.809 -	0.127 (26.1)	- -	0.127 -	0.131 (26.8)	- -	0.131 -
初期対数尤度	1,676.66			1,116.24			-31,749.70			-32,091.57		
対数尤度	1,809.98			2,106.10			-31,330.49			-31,490.73		
尤度比	266.64			1,897.72			838.42			1,201.68		

%において、尤度比検定統計量 $\zeta \geq \chi^2_{(0.005)}(4) = 14.860$ が成立し帰無仮説を棄却できる。さらに、括弧の中の数値は t -値を表しており、いずれのパラメータに関する t -値も、各説明変数のモデルに対する説明力がないという帰無仮説は有意水準0.95で棄却される結果となっている。以上の結果より、多段階指数ハザードモデルの推計結果の説明力が存在しないという帰無仮説を有意水準99.5%で棄却できることが理解できる。特に、尤度比検定は、式(18),(30)に示すように、マルコフ推移確率を用いて定義していることより、尤度比検定の結果からマルコフ推移確率の推計結果の有意性も同時に保証される。図-4に示すように、わだち掘れ量と経過時間間に確定的な関係を見だしにくい。しかし、多段階指数ハザードモデルを用いて、わだち掘れの確率的な進行過程を精度よく表現できることが確認できる。同表には、サンプル欠損を考慮したベンチマークケース、2つの代替的補正方法に基づいた推定結果を併せて記載している。さらに、サンプル欠損バイアス補正の効果を比較するために、サンプル欠損バイアスの補正をしない場合の推計結果を併記（「補正なし」と記載した列に該当する）している。同表に示すように、各説明変数の有意性を表す t -値は、いずれも一般的な判断基準である2.0を大きく超えており、有意な推計結果が得られている。なお、第1走行車線を表すダミー変数は、健全度が1の場合にのみ有意であり、説明変数として取り上げられている。第1走行車線では、ダミー変数のパラメータ β_{i1} が正となっており、第1走行車線の方がわだち掘れの速度が速いことが理解できる。しかし、健全度が2以上の場合、ダミー変数のパラメータの t -値が小さく、有意な説明力をもたないことが判明した。したがって、表-5では、健全度が2以上の場合、第1走行車線の有無を識別するダミー変数を説明変数として採用していない。言い換えれば、第1走行車線では、他の走行車線と比較して、わだち掘れが発生するまでの期間が短くなる。しかし、一度、わだち掘れが発生し

表-6 健全度期待寿命長 (年)

健全度	BM	ケース A	ケース B	補正なし
1	0.32	0.17	0.43	0.43
2	4.13	3.61	4.75	4.73
3	1.83	2.35	5.58	5.54
4	1.26	1.24	7.90	7.65

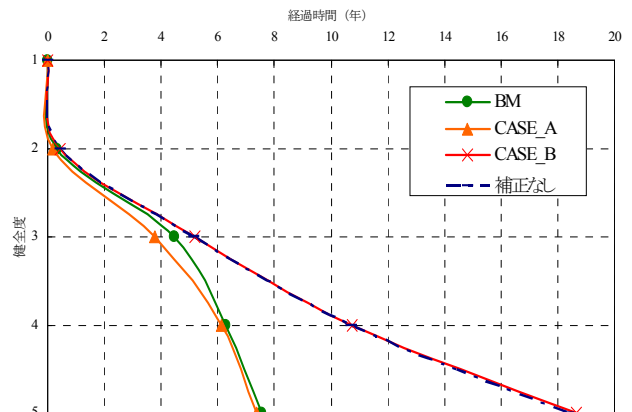


図-5 供用性曲線 (期待値パス) の比較

た場合、わだち掘れが進行する速度は、第1走行車線と他の走行車線の間で大きな差異はない。同表には、各健全度の期待ハザード率 $E[\theta_i]$ を示している。さらに、各健全度から次の健全度までに移行するまでの期待寿命を表す健全度期待寿命長を式(12)に基づいて算定した。その結果を表-6に示している。また、式(13)より、舗装を補修した直近の時刻から健全度 j に到達するまでの平均的な経過時間 $ET_j(\mathbf{x})$ ($j = 2, \dots, 5$)を求めることができる。このように求めた健全度 j ($j = 2, \dots, 5$)と平均的な経過時間 $ET_j(\mathbf{x})$ の関係 (供用性曲線) を図-5に示している。同図には、サンプル欠損バイアスを補正したベンチマークケース (BM)における供用性曲線、2つの代替的補正方法を用いた求めた供用性曲線、およびサンプル欠損バイアスの補正をせずに求めた供用性曲線を同時に示している。なお、同図の結果は、第1走行車線の供用性曲線を表している。

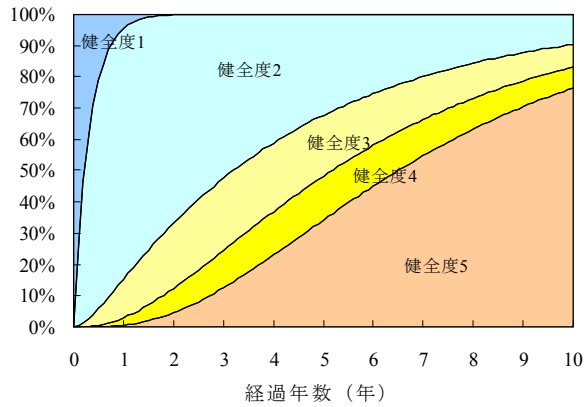


図-6 健全度分布の時間的変化

図-5は、式(13)に示すような期待値パスで定義される供用性曲線を示している。この内、ベンチマークケースの供用性曲線(曲線BM)と、サンプルバイアス補正をしない場合の供用性曲線(破線で示される)を比較してみよう。サンプル欠損バイアスを補正した場合の供用性曲線は、サンプル欠損補正を行わない場合の供用性曲線よりも下方に位置している。しかも、わだち掘れが進行した健全度3以降では、サンプル欠損バイアスを補正した推計結果では、わだち掘れの進行が著しく速い結果となっている。この結果より、わだち掘れがある一定水準(健全度3)に到達すると、それ以降のわだち掘れの進行は極めて速くなるため、健全度3になるまでに道路舗装を補修することが必要であることが理解できる。以上の結果より、サンプル欠損バイアスを補正しない場合、舗装の寿命を過大に評価する危険性があることが読み取れる。

次に、4つの供用性曲線を比較した場合、ベンチマークケース(事後健全度に応じてサンプル欠損率が定義される場合)とケースA(事後健全度 j と車線区分と対応してサンプル欠損率が定義される場合)の供用性曲線の間には大きな差異は存在しない。したがって、事後健全度のみに着目してサンプル欠損バイアスを補正するベンチマークケースでも、サンプル欠損の補正は十分に可能であると考えられる。また、サンプル欠損バイアスを補正しない場合とケースB(事後健全度と測定間隔を用いてサンプル欠損率が定義される場合)の供用性曲線が類似している。サンプル欠損が事後健全度と測定間隔に依存して発生するようなケースBでは、サンプル欠損を補正できていないことが理解できる。ケースBでは、測定間隔に応じてサンプル集合を分割するため、各サンプル部分集合に含まれるサンプル数が減少し、サンプル欠損の補正が十分に行えない。サンプル数が相対的に減少することにより最尤推定法による

表-7 サンプル欠損補正係数

健全度	1	2	3	4	5
1	6.93	1.36	1.50	1.04	0.09
2		0.99	1.54	0.23	0.02
3			1.72	1.05	0.08
4				3.02	0.34

推定精度も低下している。

図-5に示した供用性曲線は、あくまでも平均的的なわだち掘れ進行パターンを示したものである。現実のわだち掘れの進行パターンには不確実性が介在する。そこで、ベンチマークケースにおける多段階指数ハザードモデルを用いて、補修時点からの経過時間に応じて、健全度の相対的分布がどのように変化するかを分析しよう。単位期間を1年($z=1$)に設定すれば、単位期間中における健全度の推移パターンを表すマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(1)$ は、式(9)を用いて定義できる。また、 $\pi_{i5}(1)$ は、式(10)を用いて定義できる。以上の方法で求めたマルコフ推移確率行列 $\Pi(1)$ は、

$$\Pi(1) = \begin{pmatrix} 0.045 & 0.803 & 0.123 & 0.024 & 0.006 \\ 0 & 0.785 & 0.164 & 0.034 & 0.012 \\ 0 & 0 & 0.579 & 0.280 & 0.141 \\ 0 & 0 & 0 & 0.452 & 0.549 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (51)$$

と表される。いま、補修時点から t 年経過した時点における健全度分布 $\nu(t) = (\rho_1(t), \dots, \rho_5(t))'$ は、

$$\nu(t) = \{\Pi(1)\}^t \nu(0) \quad (52)$$

と表される。ただし、 $\nu(0) = (1, 0, 0, 0, 0)'$ は、初期時点(補修直後)における健全度分布である。このようにして求めた第1走行車線における健全度分布の時間的変化パターンを図-6に示している。同図の横軸は初期時点からの経過年数を表している。縦軸は、健全度シェアを示している。この図に示すように、わだち掘れの時間的な進行パターンには多大な不確実性が見いだせる。最後に、ベンチマークケースで推計したマルコフ推移確率を用いて、現実に獲得した観測データのサンプル欠損の状態を評価できる。いま、サンプル欠損の状態をベンチマークケースにおける補正係数 $H_{j|i}/\tilde{Q}_{j|i}$ を用いて評価しよう。ただし、 $H_{j|i}$ は式(29a)で、 $\tilde{Q}_{j|i}$ は式(25)を用いて評価できる。以上のように算定したサンプル欠損補正係数を表-7に示している。この結果より、適用分析で用いたデータベースでは、劣化が進化した健全度のサンプル欠損補正係数が小さくなっており、サンプル欠損が発生していることが読み取れる。このことより、本研究で提案した方法論を用いて、サンプル欠損の状態と健全度間の推移確率(供用性曲

線)を同時に推計できることが理解できる。

6. おわりに

本研究では、舗装の定期測定、補修履歴データに基づいて、ネットワークレベルにおける舗装劣化予測を行うためのマルコフ推移確率行列を推定する問題を取り上げた。その際、選択肢サンプリングの考え方を利用して、補修によるデータ欠損による推定バイアスを考慮した多段階指数ハザードモデルの最尤推定法を提案した。さらに、多段階指数ハザードモデルを用いて、道路舗装の劣化過程を表すマルコフ推移確率を求めている。最後に、高速道路のわだち掘れ量を対象とした実証分析を実施し、本研究で提案した方法論の有効性を検証している。本研究で提案したサンプル欠損バイアスを考慮した多段階指数ハザードモデルの実用性を高めるにあたり、いくつかの課題が残されている。第1に、本研究の実証分析で推計したわだち掘れ予測モデルは、分析対象とした関越自動車道という単一の路線にのみ適用可能であることは言うまでもない。このため、舗装材料、施工時期、温度等の重要な説明変数が、わだち掘れ予測モデルの説明変数として採用されていない。今後、多くの路線を対象とした実証分析を通じて、より汎用性の高いわだち掘れ予測モデルを開発するとともに、道路舗装特性や環境条件等の要因が、わだち掘れの進展に及ぼす影響を分析することが必要である。第2に、4.(5)で言及したように、観測期間中に生じるサンプル欠損のメカニズムを明示的に考慮したようなサンプル欠損の補正問題についてアプローチを試みる必要がある。このような拡張が可能になるためには、補修ルールが確立されるとともに、そのルールの下で路面性状測定データが蓄積されることが必要である。第3に、1.で言及したような課題に取り組む必要がある。舗装の路面性状測定で得られたデータには、数多くの観測誤差が含まれる。このような観測誤差を考慮した劣化予測モデルは、混合ハザードモデルを用いて開発することが可能である。第4に、舗装に発生するひび割れ予測に関しては、本研究で用いた多段階指数ハザードモデルとは異なる予測手法を開発することが必要となる。ひび割れ進行予測には、ひび割れが発生するまでの期間分布をハザードモデルで表現するとともに、複数のひび割れが発生するような数え上げ過程をモデル化することが有効である。最後に、マルコフ推移確率は、推移確率が補修時点からの経過時間に依存しないという特性を有している。現実には、健全度間の推移確率が経過時間に依存して変化する可能性がある。このような時間依存型劣化パターンに関しては、例えば多段階ワイブルハザード関数を用いて

表現することが可能である。このような時間依存型劣化パターンのサンプル欠損バイアスの補正問題に関しては、今後の課題としたい。

付録 事前健全度の欠損問題

各道路区間に対して、時刻 τ_0 に補修が実施され健全度が1に回復したとしよう。それ以降、補修が実施されずに劣化が放置され、時刻 τ_A 、 τ_B に健全度が測定されたとしよう。時刻 $\tau_A = \tau_0 + Z_m$ に健全度 $h(\tau_A) = i$ 、時刻 $\tau_B = \tau_A + z_n$ に健全度 $h(\tau_B) = j$ が観測されたと考える。標本サンプル k の情報を $\xi^k = (\bar{h}(\tau_A^k), \bar{h}(\tau_B^k), \bar{z}^k, \bar{Z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k)$ ($k = 1, \dots, \bar{K}$)と表そう。時刻 τ_A に健全度 i が、時刻 τ_B に健全度 j が同時に観測される条件付き確率は $\tilde{P}(i, j | z_n, Z_m, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta}) = \pi_{1i}(Z_m, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta}) \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta})$ と表せる。一方、事前・事後健全度 i, j が生起する同時確率は、

$$\tilde{Q}(i, j; \boldsymbol{\beta}) = \tilde{Q}(i|1; \boldsymbol{\beta}) \tilde{Q}(j|i; \boldsymbol{\beta}) \quad (\text{付1})$$

と表せる。同時確率 $f(i, j, z_n, Z_m, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta})$ は、

$$\begin{aligned} f(i, j, z_n, Z_m, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta}) &= \tilde{P}(i, j | z_n, Z_m, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta}) \mu(z_n, Z_m, \mathbf{x}_l) \\ &= \tilde{Q}(i|1; \boldsymbol{\beta}) \tilde{Q}(j|i; \boldsymbol{\beta}) \tilde{Q}(z_n, Z_m, \mathbf{x}_l | i, j; \boldsymbol{\beta}) \end{aligned} \quad (\text{付2})$$

と表せる。したがって、

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(z_n, Z_m, \mathbf{x}_l | i, j; \boldsymbol{\beta}) &= \frac{\pi_{1i}(Z_m, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta}) \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta}) \mu(z_n, Z_m, \mathbf{x}_l)}{\tilde{Q}(i|1; \boldsymbol{\beta}) \tilde{Q}(j|i; \boldsymbol{\beta})} \end{aligned} \quad (\text{付3})$$

と表される。これより修正対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} \ln \tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\beta}) &= \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \sum_{k=1}^{\bar{K}} \delta_{ij}^k \left\{ \ln \tilde{\pi}_{1i}(\bar{Z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k; \boldsymbol{\beta}) \right. \\ &\quad \left. + \ln \tilde{\pi}_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k; \boldsymbol{\beta}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{付4})$$

と表すことができる。ただし、

$$\tilde{\pi}_{1i} = \frac{H_{i|1}}{\tilde{Q}_{i|1}} \pi_{1i}(\bar{Z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k; \boldsymbol{\beta}) \quad (\text{付5a})$$

$$H_{i|1} = \frac{\sum_{j=1}^J N_{ij}}{\sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J N_{ij}} \quad (\text{付5b})$$

$$\tilde{Q}_{i|1} = \tilde{Q}(i|1, Z_m; \boldsymbol{\beta}) \quad (\text{付5c})$$

である。すなわち、初期時点から時刻 τ_A 、時刻 τ_B から時刻 τ_B までのサンプルをプールした修正対数尤度関数となる。これより、事前健全度の欠損は、推計結果にシステマ的なバイアスを発生させないことが理解できる。さらに、複数の時間断面における測定結果をプールすることにより、ハザードモデルの推計精度を向上することができる。

参考文献

- 1) 阿部頼政, 飯野忠雄: わだち掘れ測定データの解析法に関する研究, 土木学会論文集, No.478/V-21, pp.117-123, 1993.
- 2) 清野昌貴, 岳本秀人, 丸山紀美雄, 遠藤桂: プロジェクトレベルにおける舗装の供用性曲線適用手法について, 土木学会舗装工学論文集, 第10巻, pp.191-196, 2005.
- 3) 武山泰, 嶋田洋一, 福田正: マルコフ連鎖によるアスファルト舗装の破損評価システム, 土木学会論文集, No.420/V-13, pp.135-141, 1990.
- 4) 武山泰, 福田正: 温暖地におけるアスファルト舗装の破損遷移に関するデータ解析, 土木学会論文集, No.451/V-17, pp.189-195, 1992.
- 5) Shin, H.C., and Madanat, S.M.: Development of stochastic model of pavement distress initiation, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 6) 谷口聡, 伊藤正秀, 野村敏明, 阿部忠行: 舗装データベースを用いた供用性曲線作成手法に関する研究, 土木学会舗装工学論文集, 第8巻, pp.99-106, 2003.
- 7) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 8) Manski, C. and Lerman, S.: The estimation of choice probabilities from choice-based samples, *Econometrica*, Vol.45, pp.1977-1988, 1977.
- 9) Cosslett, S.: Maximum likelihood estimator for choice-based samples, *Econometrica*, Vol.9, pp.1298-1316, 1981.
- 10) Cosslett, S.: "Efficient estimation of discrete choice models", in *Structural Analysis of Discrete Data*, ed. by Manski, C.F. and McFadden, D., Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1981.
- 11) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 12) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 13) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 14) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- 15) 森地茂, 屋井鉄雄: 非日常的交通への非集計行動モデルと選択肢別標本抽出法の適用, 土木学会論文集, No.343, pp.161-170, 1984.
- 16) 小林潔司, 関原康成: 到着地ベース調査による観光入り込み客数の推定方法に関する研究, 土木計画学研究・論文集, No.9, pp.101-108, 1991.
- 17) 多々納裕一, 小林潔司, 馬場淳一: 滞在時間分布を考慮した旅行費用法によるレクリエーション便益の計測, 土木学会論文集, No.625/IV-44, pp.113-124, 1999.
- 18) 磯田和男, 大野豊: 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990.

(2006.6.15 受付)

A PAVEMENT DETERIORATION FORECASTING MODEL WITH REFERENCE TO SAMPLE DROPPING

Kiyoshi KOBAYASHI, Kazuhiko KUMADA, Masakazu SATO, Yoichiro IWASAKI and Kazuya AOKI

In this paper, a pavement deterioration model is presented to forecast the progression of pavement deterioration based upon the inspection/rehabilitation data. The pavement performances are described by the multiple rating indices, and the Markov transition probabilities are modeled by multi-staged exponential hazard model. In the processes, a part of samples are systematically dropped by preventive rehabilitation activities. In this paper, a choice-based sampling technique is applied to cope with estimation biases caused by sample dropping. The case study is carried out based upon the rutting progression data observed on the expressways to illustrate the applicability of the proposed methodology.